

공간 제약 효과에 따른 전기와류 불안정성의 동역학 전이

이승하[‡] · 현철현[‡] · 이효민^{*,†}

제주대학교 생명화학공학과
 63243 제주도 제주시 제주대학로 102

(2021년 5월 7일 접수, 2021년 5월 30일 수정본 접수, 2021년 6월 15일 채택)

Dynamics Transition of Electroconvective Instability Depending on Confinement Effect

Seungha Lee[‡], Cheol Heon Hyun[‡] and Hyomin Lee^{*,†}

Department of Chemical and Biological Engineering, Jeju National University,
 102 Jejudaehak-ro, Jeju-si, 63243, Korea

(Received 7 May 2021; Received in revised from 30 May 2021; Accepted 15 June 2021)

요 약

전기투석장치, 전기화학 전지, 미세유체역학 분석 장치 등에서 사용하는 이온 교환 막 근처의 대표적인 비선형 전기 동역학 현상은 전기와류 불안정성이다. 전기투석 장치에서 전기와류 불안정성은 물질 전달 속도 증폭을 통해 물질 전달에 대한 이점을 제공한다. 그러나 전기화학 전지나 미세유체역학 장치에서 발생하는 불안정성은 원치 않는 물질 전달 기작을 유발시킨다. 본 연구에서는 전기와류 불안정성의 제어하기 위해, 인가 전압과 공간 제약 효과의 전기와류 불안정성에 대한 영향을 연구하였다. 그 결과, 인가 전압과 공간 제약의 정도에 따라 불안정성의 동역학이 안정 영역 – 고정 영역 – 혼돈 영역 순으로 전이됨을 밝혀내었다. 더불어, 동역학 전이에 대한 안정성 곡선을 수치적으로 결정하였다. 결론적으로, 공간 제약 효과는 전기동역학적 혼돈을 제어할 수 있는 효과적인 기작으로 활용 가능할 것이다.

Abstract – One of the nonlinear electrokinetic phenomena around ion exchange membrane is electroconvective instability which can be found in various electrokinetic applications such as electrodialysis, electrochemical battery, microfluidic analysis platform, etc. Such instability acts as a positive transport mechanism for the electrodialysis via amplifying mass transport rate. On the other hands, in the electrochemical battery and the microfluidic applications, the instability provokes unwanted mass transport. In this research, to control the electroconvective instability, the onset of the instability was analyzed as a function of confinement effect as well as applied voltage. As a result, we figured out that the dynamic behavior of electroconvective instability transitioned as a sequence of stable regime – static regime – chaotic regime depending on the applied voltage and confinement effect. Furthermore, stability curves about the dynamic transition were numerically determined as well. Conclusively, the confinement effect on electroconvective instability can be applied for effective means to control the electrokinetic chaos.

Key words: Electroconvective instability, Ion-exchange membrane, Confinement effect, Hele-Shaw approximation, Electrokinetic chaos

1. 서 론

전기투석[1], 갈바니 전지[2], 생체 물질 전처리용 미세유체역학 장치[3] 등에서 쓰이는 이온 교환 막(ion exchange membrane) 주변의 전기동역학적 이동 현상은 작동 전압에 따라 비선형성의 특징을

나타낸다. 비선형의 이동 현상 중 대표적인 것은 전기와류 불안정성(electroconvective instability)으로서, 임계 전압(critical voltage) 이상의 작동 전압에서 유효한 유체 흐름이 생성되는 현상을 말한다[4]. 작동 전압이 임계 값 이상인 경우, 이온 교환 막 주변에 공간 전하층(space charge layer, SCL)이 형성되며, SCL 요동에 의해 이동 현상 계는 동역학적 불안정 영역으로 전이될 수 있다. 이 불안정성은 Rubinstein과 Zaltzman에 의해 이론적으로 제시된 이후[4], 실험적 규명[5] 및 전산모사 연구[6-10]가 활발히 이루어지고 있다. 또한 전기와류 불안정성은 미세유체역학 및 전기화학적 응용 연구의 핵심 기작으로 활용되고 있다[1,9,11,12].

전기투석 장치의 경우, 양이온 교환 막(cation exchange membrane,

[†]To whom correspondence should be addressed.

E-mail: fluid@jejunu.ac.kr

[‡]이 논문은 포항공과대학교 강인석 교수님의 정년을 기념하여 투고되었습니다.

[‡]Those authors contributed equally.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

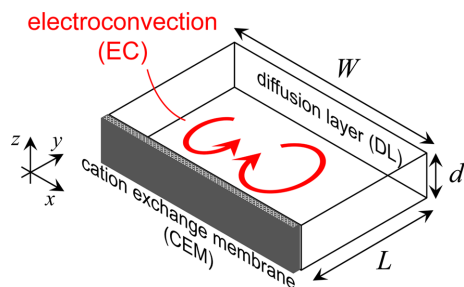


Fig. 1. Schematic diagram for nature of electroconvective instability between cation exchange membrane (CEM) and diffusion layer boundary (DL). Such domain has thickness of DL (\$L\$), width (\$W\$) and depth (\$d\$).

CEM)과 음이온 교환 막(anion exchange membrane, AEM) 사이에 형성된 전기와류가 물질 전달에 대해 추가적인 대류 기작을 더해줌으로써, 물질 전달 속도를 증폭시켜준다. 따라서 전기와류 불안정성을 이용한 에너지 효율적 담수화 공정을 가능케 해준다. 반면, 갈바니 전지에서 일어나는 전기와류 불안정성은 전해질의 동역학적 안정성을 저해시켜, 전극 표면의 불균일한 덴드라이트(dendrite) 성장을 유도하는 부정적인 이동 현상 기작이 된다. 생체 물질 전처리용 미세유체역학 장치에서는 전기와류 불안정성이 생체 물질의 농축 플러그(concentrated plug)의 분산을 가속화시켜, 물질 검출 성능을 저해할 수 있다. 따라서 응용 기술의 특성에 따라 전기와류 불안정성의 출현 여부를 결정할 수 있는 전기동역학적 인자를 연구할 필요성이 있다.

본 연구에서는 Fig. 1에 나타낸 이동 현상 계에 대하여 전기와류 불안정성과 관련된 전기동역학적 인자인 인가 전압(applied voltage)과 공간 제약 효과(confinement effect)를 동시에 고려함으로써, 전기와류 불안정성의 동역학적 거동의 전이 특성을 밝히고자 한다. 이동 현상 계가 불안정해지는 임계 전압은 앞선 연구들[4,13]에 의해 밝혀졌지만, 전기투석 장치 등 대부분의 응용 기술에서 존재하는 공간 제약 효과에 대한 영향은 제한적으로 이루어져왔다. Schiffbauer의 연구[14]에서는 공간 제약 효과 고려를 위해 Hele-Shaw 근사를 적용하여 \$x\$-\$y\$ 평면에서 발생하는 불안정성의 임계 전압을 해석적으로 연구하였다. 또한 Andersen의 연구[15]에서는 \$z\$-\$y\$ 평면에서 발생하는 불안정성의 임계 전압을 수치적으로 연구하였다. 그럼에도 불구하고, 두 연구에서는 전기와류 불안정성의 동역학 특성의 전이 현상에 대해서는 논의되지 않았다. 본 연구의 완전-결합 수치 모델(fully-coupled numerical model)을 사용하여 분석한 결과, 전기와류 불안정성은 안정 영역(stable regime) - 고정된 전기와류 영역(static electroconvection regime) - 혼돈적 전기와류 영역(chaotic electroconvection regime)으로 와류의 동역학 전이가 일어남을 알 수 있었다. 이에 대해 전기와류의 동역학에 대한 안정성 곡선을 수치적으로 결정하여, 전기와류와 공간 제약 효과에 대한 일반론적인 결론을 얻을 수 있었다.

2. 수치 해석 방법

기본적으로, 전기와류 불안정성에 대한 공간 제약 효과를 고려하기 위해서는 3차원 해석이 필요하지만 수치 해석 자원의 제약성 때문에 본 연구에서는 Fig. 2(a)와 같은 2차원 해석 공간에 대해 수치

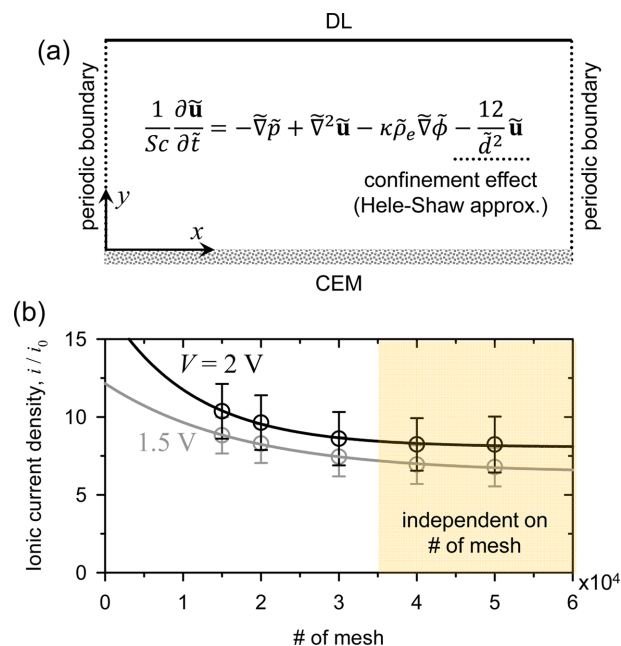


Fig. 2. (a) Numerical domain with periodic boundary. The denoted equation is the dimensionless Stokes equation with the Hele-Shaw approximation. (b) Mesh-dependent reliability test. According to results of which \$V = 1.5\$ V and 2 V, the numerically computed current density was independent of mesh condition if number of mesh is larger than \$3.5 \times 10^4\$. Based on this test, the number of mesh was chosen as \$4 \times 10^4\$.

해석을 진행하였다. 3차원상의 공간 제약 효과를 2차원 분석하기 위해서는 Stokes 방정식에 추가 끌림 항(additional drag term)을 추가하는 Hele-Shaw 근사를 적용하면 된다[14,15]. Hele-Shaw 근사하의 공간 제약 효과는 깊이, \$d\$와 확산층의 두께 \$L\$의 비율인 \$\tilde{d} \equiv d/L\$로 파라미터화 할 수 있다.

Hele-Shaw 근사가 적용된 전기와류 불안정성에 대한 무차원 지배 방정식은 다음과 같다.

$$-\tilde{\nabla}^2 \tilde{\phi} = \tilde{\rho}_e = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_D} (\tilde{c}_+ - \tilde{c}_-) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}_i}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \cdot (-\tilde{\nabla} \tilde{c}_i \mp \tilde{c}_i \tilde{\nabla} \tilde{\phi} + \tilde{c}_i \tilde{\mathbf{u}}) \quad (2)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{Sc} \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{u}} - \kappa \tilde{\rho}_e \tilde{\nabla} \tilde{\phi} - \frac{12}{\tilde{d}^2} \tilde{\mathbf{u}} \quad (4)$$

여기에서 틸데(tilde, '\$\tilde{\cdot}\$')기호를 사용하여 기재한 변수는 무차원 변수를 의미한다. 식 (1)은 해석 영역의 전위 계산을 위한 Poisson 방정식이며, 식 (2)는 이온종 \$i\$에 대한 물질 전달 방정식인 Nernst-Planck 방정식, 식 (3)은 비압축성 유체의 연속 방정식, 식 (4)는 Hele-Shaw 근사가 적용된 Stokes 방정식이다. 식 (4)에서 우변의 세번째와 네번째 항은 각각 전기 체적 힘과 Hele-Shaw 근사이다. 방정식의 무차원화를 위한 크기 척도는 Table 1에 표시하였다. 해석의 편의성을 위하여 1:1 대칭 전해질인 KCl을 가정하였다.

해석 영역 경계에서 성립하는 경계조건은 다음과 같다. 확산층 경계에서는 인가 전압, 벌크 농도, 비미끄럼 조건이 성립하므로

$$\tilde{\phi} = \tilde{V}, \tilde{c}_i = 1, \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (5)$$

확산층 경계에서는 미끄럼 조건이 더 적합할 수도 있으나, 비미끄럼 조건과 미끄럼 조건 간의 계산 결과 차이가 나지 않는 것으로 보고되었다[16]. 그러므로, 본 연구에서는 계산 비용을 줄이기 위해 비미끄럼 조건을 상정하였다. CEM 경계에서는 고분자막에서의 Donnan 전위[17], 이상적 양이온 선택성 조건(고정 양이온 농도, 음이온에 대한 0 플럭스)[7], 비미끄럼 조건을 적용하였다.

$$\tilde{\phi} = -\ln \tilde{N}, \tilde{c}_+ = \tilde{N}, \mathbf{n} \cdot (-\tilde{\nabla} \tilde{c}_- + \tilde{c}_- \tilde{\nabla} \tilde{\phi}) = 0, \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (6)$$

해석 영역의 양쪽 측면 경계는 주기성 경계를 채택하여, x 축 방향으로 무한대 영역에서 나타나는 전기와류 불안정성에 대해 해석하고자 하였다.

$$\tilde{M}|_L = \tilde{M}|_R, \frac{\partial \tilde{M}}{\partial x}|_L = \frac{\partial \tilde{M}}{\partial x}|_R \quad (7)$$

여기에서 L, R 은 각각 왼쪽과 오른쪽의 주기성 경계를 의미하고 \tilde{M} 는 임의의 종속 변수(*e.g.* 전위, 농도, 압력, 유동장)를 의미한다.

식 (1)~식 (7)을 유한요소법 기반의 상용 프로그램인 COMSOL Multiphysics 5.4를 이용하여 풀었다. 수치 해석에 이용한 파라미터들은 Table 2에 기재하였다. 추가적으로 메쉬 개수에 따른 정확도 분석을 진행하였다. 해석 영역의 메쉬의 형태는 직사각형의 정형 메쉬(mapped mesh)를 선택하였다. y 축 변의 메쉬 개수는 100개를 유지한 채 x 축 변의 메쉬 개수를 조절하며 메쉬 개수별 수치 해석 결과의 수렴성을 Fig. 2(b)에 나타내었다. Fig. 2(b)는 메쉬 개수에

따라 인가 전압별 평균 이온 전류 밀도를 계산하여 나타낸 것으로서, 이온 전류는 다음의 식에 따라 확산층 경계($\tilde{y} = 1$)에서 수치화하였다.

$$\tilde{I} = \frac{1}{\tilde{W}} \int_0^{\tilde{W}} \left(\frac{\partial \tilde{c}_+}{\partial \tilde{y}} + \tilde{c}_+ \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{y}} \right) - \left(\frac{\partial \tilde{c}_-}{\partial \tilde{y}} - \tilde{c}_- \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{y}} \right) d\tilde{x} \quad (8)$$

인가 전압이 1.5 V와 2 V(*i.e.* $\tilde{V} = 60, 80$)일 때, 대략 35,000개의 메쉬 개수($(x$ 축 방향 메쉬 개수) \times (y 축 방향 메쉬 개수) = 350×100) 이상에서 계산 결과가 수렴된다. 이 결과를 바탕으로, 본 연구에서는 (x 축 방향 메쉬 개수) \times (y 축 방향 메쉬 개수) = 400×100 의 메쉬 조건을 채택하였다.

3. 결과 및 고찰

3-1. 공간 제약에 따른 와류의 동역학 구분

전기와류 불안정성은 인가 전압의 크기에 따라 동역학적 특성을 구분할 수 있으며, 선행 연구[10,11]에서 와류의 동역학이 구분되어 졌다. 인가 전압이 낮은 음 영역과 한계 전류 영역에서는 전기와류가 나타나지 않는다. 인가 전압이 임계 전압(V_{onset})을 넘어서면($V \sim O(V_{onset})$), 와류의 위치와 크기가 고정되는데, 이러한 동역학적 특성을 반영하여 고정된 전기와류(static electroconvection)이라고 표현한다. 인가 전압이 임계 전압보다 매우 커진다면($V \gg V_{onset}$), 전기동역학 계는 혼돈 계로 이행하며 혼돈적 전기와류(chaotic electroconvection)가 된다.

인가 전압과 더불어, 공간 제약 또한 와류의 동역학에 영향을 미

Table 1. Characteristic scales

Physical quantity	Characteristic scale	Description
Time	$\tau_D = \frac{L^2}{D}$	Diffusion time scale
Length	L	Diffusion layer thickness (y -directional length of numerical domain)
Electric potential	$V_T = \frac{RT}{F}$	Thermal voltage
Concentration	c_0	Bulk concentration
Pressure	$\frac{\mu D}{L^2}$	Diffusion-scaled pressure
Flow velocity	$U_0 = \frac{D}{L}$	Diffusion-scaled velocity
Current density	$i_0 = \frac{FDc_0}{L}$	Diffusion-limited current density

Table 2. Used values of dimensionless numbers and parameters

Parameter	Value	Description
$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$	1000	Schmidt number
$\kappa = \frac{\epsilon V_T^2}{\mu D}$	0.5	Electrohydrodynamic coupling constant
\tilde{V}	20 - 80	Applied voltage
\tilde{N}	10	Fixed cation concentration on CEM
\tilde{W}	4	Domain width (x -directional length of numerical domain)
$\tilde{\lambda}_D = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\epsilon R T}{2 F^2 c_0}}$	0.001	Debye length
\tilde{d}	0.001 - 1	parameter for confinement effect (depth)

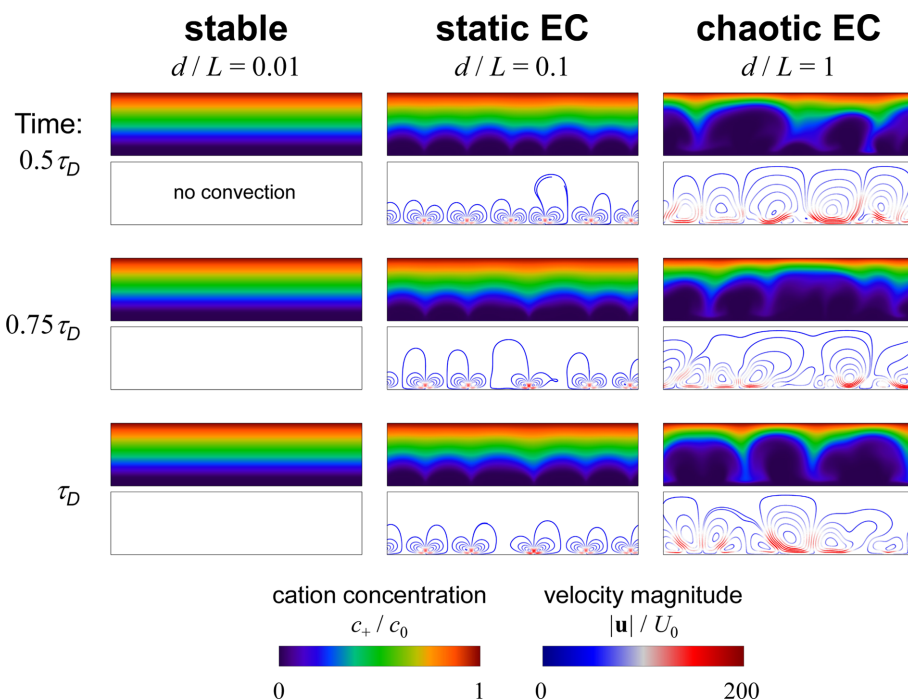


Fig. 3. Transition of electroconvection dynamics depending on confinement effect. The applied voltage was fixed at 1.5 V. The colored surface plots represented cation concentration distributions and the colored streamline plots showed flow field and flow strength.

치게 된다. Fig. 3은 인가 전압이 1.5 V (무차원 전압 60)로 고정된 상태에서 해석 영역의 무차원 깊이(d/L)이 변화할 때의 전기와류 불안정성을 보여준다. 기존에 보고된 바에 따르면[7,8,10,16], 인가 전압이 1.5 V이면 혼돈적 전기와류가 나타난다. 그러나, $d/L = 0.01$ 의 결과에서는 전기와류가 형성되지 않았으며, $d/L = 0.1$ 의 조건에서는 전기와류가 형성되나 고정된 전기와류의 동역학을 보여준다. 혼돈적 전기와류는 $d/L = 1$ 인 공간 제약 효과가 매우 약한 영역에서만 나타남을 알 수 있다.

이를 통해, 전기와류 불안정성의 발생 및 전기와류의 동역학에는 인가 전압 뿐만 아니라 공간 제약 효과(이 연구에서는 해석 영역의 무차원 깊이 d/L 을 의미함) 또한 유의미하게 영향을 미친다고 결론 내릴 수 있다. 따라서 본 연구에서 수립한 전기수력학적 수치 모델을 이용하여, 전기와류의 동역학적 특성과 인가 전압 및 공간 제약 효과의 상관 관계에 대한 안정성 곡선(stability curve)을 그려볼 수 있다. 이 안정성 곡선에 대한 논의는 다음 절에서 다루고자 한다.

3-2. 전기와류의 동역학 특성에 대한 안정성 곡선

전기수력학적 수치 모델을 통해, 인가 전압 및 공간 제약 효과에 따른 농도장과 유동장을 수치적으로 가시화할 수 있다. 그러므로, 가능한 변수 조합(V 및 d/L)에 대하여 안정 영역(stable regime)-고정된 전기와류 영역(static EC regime)-혼돈적 전기와류 영역(chaotic EC regime)의 동역학 전이를 직접 수치 해석하여 각 동역학의 임계 지점을 파악하였다.

그 결과, Fig. 4와 같이 전기와류의 동역학적 특성에 대한 안정성 곡선을 얻을 수 있었다. Fig. 4의 열린 혹은 닫힌 원형 기호(\circ , \bullet)는 수치 모델로 확인한 동역학의 임계 지점이다. Fig. 4의 실선은 동역학의 임계 지점을 연결한 회귀 곡선(regression curve)이다. 회귀 곡선이 수치 모델로부터 얻은 임계 지점을 지나는 양상을 통해,

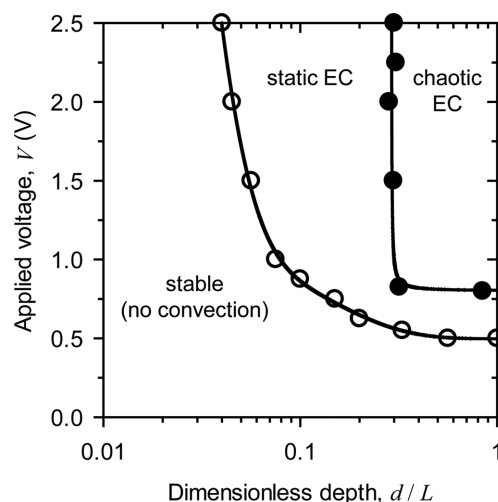


Fig. 4. Numerically obtained stability curves.

수치 모델의 신뢰성을 확인할 수 있다. 전반적으로, 인가 전압이 높아지거나(V 증가), 공간 제약이 약해지면(d/L 이 증가) 전기와류의 동역학적 특성이 혼돈계로 이행한다.

주목할 것은 고정된 전기와류 영역에서 혼돈적 전기와류 영역으로 넘어가는 임계 지점들이 $V > 1$ V 구간에서 x 축에 거의 수직으로 형성된다는 점이다. 다시 말해, $d/L < O(10^{-1})$ 인 경우에는 전기와류의 혼돈 특성을 볼 수 없다. $d/L < O(10^{-1})$ 의 구간에서 불안정성의 결과로 형성된 전기와류는 위치와 크기가 고정된다. 그러므로, 미세유체역학 장치와 같이 전기와류에 의한 대류 현상이 물질 전달에 불리한 점으로 작용하는 장치에서는 장치의 공간 제약 효과를 조절함으로써 전기수력학적 안정성을 보장받을 수 있다. 반대로, 전기 투석 장치와 같이 전기와류에 의한 물질 전달 증폭이 필요한 경우

에는, 장치의 공간 제약 효과를 $d/L \gg O(10^{-1})$ 이 되도록 설계해야만 할 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 전기와류 불안정성이 발생할 수 있는 확산층 경계 안쪽의 영역에 대하여, 공간 제약 효과와 전기와류의 동역학에 미치는 영향을 수치 해석적으로 연구하였다. 공간 제약 효과를 고려하기 위해, 유동에 대한 Stokes 방정식에 Hele-Shaw 근사를 도입하여 수치 해석 모델을 수립하였다. 이 모델을 통하여, 인가 전압과 더불어 공간 제약 효과 또한 안정 영역 - 고정된 전기와류 영역 - 혼돈적 전기와류 영역의 동역학 전이에 관여함을 확인하였다. 또한 전기와류의 동역학에 대한 안정성 곡선을 수치적으로 결정함으로써, 전기와류와 공간 제약 효과에 대한 일반론적인 결론을 얻을 수 있었다. 본 연구 결과는 전기와류가 발생할 수 있는 미세유체역학 장치나 전기투석 장치에서 전기와류의 동역학을 조절할 수 있는 핵심 기작으로 활용할 수 있을 것이다.

감 사

이 논문은 2020년도 제주대학교 교원성과지원사업에 의하여 연구되었습니다.

사용기호

c_0	: Bulk concentration [mol m ⁻³]
\tilde{c}_i	: Dimensionless bulk concentration
\tilde{c}_+	: Dimensionless cation concentration
\tilde{c}_-	: Dimensionless anion concentration
D	: Diffusivity [m ² s ⁻¹]
d	: Domain depth [m]
\tilde{d}	: Dimensionless domain depth
F	: Faraday constant [C mol ⁻¹]
$\tilde{\phi}$: Dimensionless electrical potential
ε	: Electrical permittivity of fluid [F m ⁻¹]
i_0	: Diffusion-limiting current density [A m ⁻²]
\tilde{l}	: Dimensionless current density
κ	: Electrohydrodynamic coupling constant
L	: Diffusion layer thickness [m]
$\tilde{\lambda}_D$: Dimensionless Debye length
\tilde{M}	: Arbitrary field variable
μ	: fluid viscosity [Pa s]
\tilde{N}	: Dimensionless Donnan concentration of CEM
\mathbf{n}	: Normal vector on numerical boundary
\tilde{p}	: Dimensionless pressure
R	: Gas constant [J mol ⁻¹ K ⁻¹]
ρ	: fluid density [kg m ⁻³]
$\tilde{\rho}_e$: Dimensionless volumetric charge density
Sc	: Schmidt number
T	: Absolute temperature [K]
\tilde{t}	: Dimensionless time

τ_D	: Diffusion time scale
$\tilde{\mathbf{u}}$: Dimensionless flow velocity
U_0	: Diffusion-scaled velocity [m s ⁻¹]
V	: Applied voltage [V]
\tilde{V}	: Dimensionless applied voltage
V_T	: Thermal voltage scale [V]
V_{onset}	: Onset voltage of electroconvective instability [V]
\tilde{W}	: Dimensionless domain width
x	: spatial coordinate in x -direction [m]
\tilde{x}	: Dimensionless spatial coordinate in x -direction
y	: spatial coordinate in y -direction [m]
\tilde{y}	: Dimensionless spatial coordinate in y -direction

References

1. Kwak, R., Pham, V. S., Lim, K. M. and Han, J., "Shear Flow of an Electrically Charged Fluid by Ion Concentration Polarization: Scaling Laws for Electroconvective Vortices," *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 114501(2013).
2. Bai, P., Li, J., Brushett, F. R. and Bazant, M. Z., "Transition of Lithium Growth Mechanisms in Liquid Electrolytes," *Energy & Environmental Science*, **9**, 3221-3229(2016).
3. Kim, S. J., Song, Y.-A. and Han, J., "Nanofluidic Concentration Devices for Biomolecules Utilizing Ion Concentration Polarization: Theory, Fabrication, and Applications," *Chem. Sov. Rev.*, **39**, 912-922(2010).
4. Rubinstein, I. and Zaltzman, B., "Electro-Osmotically Induced Convection at a Permselective Membrane," *Phys. Rev. E*, **62**, 2238-2251(2000).
5. Kim, S. J., Wang, Y.-C., Lee, J. H., Jang, H. and Han, J., "Concentration Polarization and Nonlinear Electrokinetic Flow near a Nanofluidic Channel," *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 044501(2007).
6. Pham, V. S., Li, Z., Lim, K. M., White, J. K. and Han, J., "Direct Numerical Simulation of Electroconvective Instability and Hysteretic Current-voltage Response of a Permselective Membrane," *Phys. Rev. E*, **86**, 046310(2012).
7. Druzgalski, C. L., Andersen, M. B. and Mani, A., "Direct Numerical Simulation of Electroconvective Instability and Hydrodynamic Chaos Near An Ion-selective Surface," *Phys. Fluids*, **25**, 110804(2013).
8. Demekhin, E. A., Nikitin, N. V. and Shelistov, V. S., "Direct Numerical Simulation of Electrokinetic Instability and Transition to Chaotic Motion," *Phys. Fluids*, **25**, 122001(2013).
9. Yang, K. D. *et al.*, "Morphology-Directed Selective Production of Ethylene or Ethane from CO₂ on a Cu Mesopore Electrode," *Angew. Chem. Int. Ed.*, **56**, 796-800(2017).
10. Lee, H., "Electroconvective Instability on Undulated Ion-selective Surface," *Korean Chem. Eng. Res.*, **57**, 735-742(2019).
11. Kwak, R., Pham, V. S. and Han, J., "Sheltering the Perturbed Vortical Layer of Electroconvection Under Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, **813**, 799-823(2017).
12. Kim, M., Wu, L., Kim, B., Hung, D. T. and Han, J., "Continuous and High-Throughput Electromechanical Lysis of Bacterial Pathogens Using Ion Concentration Polarization," *Anal. Chem.*, **90**, 872-880(2018).

13. Rubinstein, I. and Zaltzman, B., "Electro-osmotic Slip of The Second Kind and Instability in Concentration Polarization at Electrodialysis Membranes," *Math. Models Methods Appl. Sci.*, **11**, 263-300(2001).
14. Schiffbauer, J., Demekhin, E. A. and Ganchenko, G., "Electrokinetic Instability in Microchannels," *Phys. Rev. E*, **85**, 055302(2012).
15. Andersen, M. B., Wang, K. M., Schiffbauer, J. and Mani, A., "Confinement Effects on Electroconvective Instability," *Electrophoresis*, **38**, 702-711(2017).
16. Lee, H., "Time-resolved Analysis for Electroconvective Instability under Potentiostatic Mode," *Korean Chem. Eng. Res.*, **58**, 319-324 (2020).
17. Schoch, R. B., Han, J. and Renaud, P., "Transport Phenomena in Nanofluidics," *Rev. Mod. Phys.*, **80**, 839-883(2008).