

중간 저장조 운영방안을 고려한 비순차 다목적 회분식 공정의 최적조업순서 결정

김상범 · 이호경 · 이인범[†] · 이의수*

포항공과대학교 화학공학과, 공정 산업의 지능자동화 연구센터

*동국대학교 화학공학과

(1999년 10월 25일 접수, 2000년 4월 4일 채택)

Optimal Scheduling of Non-Sequential Multipurpose Batch Processes with Various Intermediate Storage Policies

Sang Beom Kim, Ho-Kyung Lee, In-Beum Lee[†] and Euy Soo Lee*

Automation Research Center, Dept. of Chemical Engineering, POSTECH,

*Department of Chemical Engineering, Dongguk University,

(Received 25 October 1999; accepted 4 April 2000)

요 약

이 논문에서는 다양한 중간 저장조 운영 방식에 따른 비순차 다목적 회분식 공정의 최적 조업 순서 결정을 위한 수학적 모델을 제안한다. 비순차 다목적 회분식 공정에서는 다품종 공정의 경우와 달리 각 제품의 제조 경로가 서로 다를 뿐 아니라 역방향 제조 흐름이 존재한다. 따라서, 장치 유휴시간을 줄여 공정의 효율을 높이려면 각 제품의 제조 경로와 중간 저장조 운영 방안을 고려해 각 장치에서 제품 처리 순서를 서로 다르게 결정해야만 한다. 이를 위한 접근 방법으로 주어진 중간 저장조 운영 방식에 대해 각 장치에서 이루어지는 조업의 시작과 완료 시간을 제품과 처리순서 기준으로 각각 표현한 후 이진 변수와 논리적 제약 조건을 이용해 두 표현에 사용된 변수를 일치시켰다. 모델은 혼합정수선형계획법(Mixed Integer Linear Programming, MILP) 형태로 표현되었으며, 세 가지 예제에 적용하여 제안된 모델의 효용성을 보였다.

Abstract – In this paper, we present mathematical models for optimal scheduling of non-sequential multipurpose batch processes under various intermediate storage policies. Compared with multiproduct processes, in non-sequential multipurpose batch processes, the production routes of products may be different from one another and may be backward direction. Consequently, in order to reduce idle time of units and to raise the efficiency of process, we have to make operation sequences of products in each unit differently by considering processing route of each product with a given intermediate storage policy. The basic concept of our approach for these problems is as follows. Firstly, we represented the starting and finishing time of a task in each unit with two coordinates for a given storage policy. One is based on products, and the other is based on sequences. Then, we matched the variables used in the two coordinates into one with binary variables and logical constraints. We formulated these problems as MILP(Mixed Integer Linear Programming) models and apply them to three examples to show the effectiveness of the model.

Key words: Scheduling, Multipurpose Batch Process, Intermediate Storage Policies, MILP

1. 서 론

회분식 공정은 한 공정 내에서 소수의 장치를 공유해 제조법이 유사한 여러 제품을 동시에 생산할 수 있다는 장점 덕분에 크게 각광을 받고 있다. 그러나, 이러한 회분식 공정의 장점인 장치 사용의 유연성을 살리고, 공정의 생산성을 최대한 높이기 위해서는 공정을 어떻게 운영하느냐 하는 조업순서 결정 문제가 매우 중요하다[6].

일반적으로 회분식 공정은 제품 생산 방식에 따라 다품종 회분식 공

정과 다목적 회분식 공정으로 구분할 수 있으며, 다목적 회분식 공정으로 각 제품의 생산 경로에 따라 다시 순차적(sequential) 공정과 비순차적(non-sequential) 공정으로 구분할 수 있다[11].

다품종 회분식 공정에서는 모든 제품의 제조 경로가 동일하기 때문에, 각 제품이 생산되기 위해 거치는 장치의 종류와 순서 또한 모두 같다. 모든 장치에서 제품의 처리 순서가 동일하므로, 다품종 회분식 공정의 조업순서를 결정 한다는 것은 결국 모든 장치에 동일하게 적용되는 하나의 제품 처리 순서를 결정하는 것을 의미한다. 지난 10년간 이러한 다품종 회분식 공정의 최적 조업순서결정 문제는 많은 연구자들에 의해 꾸준히 연구되어져 왔으며, 그 중에서도 특히 공정의 생산성을 높이

[†]E-mail: iblee@postech.ac.kr

기 위해 사용하는 중간 저장조 운영 방식에 따른 각 장치에서의 작업 완료시간을 계산하고, 최종조업완료시간(makespan)을 최소화 시키는 작업 순서 결정 문제를 다룬 논문이 많이 발표되었다[3-5, 10].

이에 비해 다목적 회분식 공정은 다품종 공정과는 달리 각 제품마다 제조 경로가 서로 다르기 때문에, 각 제품이 생산되기 위해 거치는 장치의 종류와 순서 역시 서로 다르다. 또한 모든 제품의 제조 흐름이 순차적인 다품종 공정과는 달리 비순차 공정에서는 역방향 제조 흐름이 존재할 수도 있다. 이렇게 다품종 공정에서는 고려하지 않아도 되는 역방향 흐름으로 인한 장치의 유희시간을 줄여 공정의 작업 효율을 높이기 위해서는 각 제품의 제조 흐름과 중간 저장조 운영 방안을 고려해 각 장치에서 제품 처리 순서를 모두 다르게 결정해야 한다. 따라서, 다품종 회분식 공정보다는 작업 순서 결정 문제가 훨씬 복잡하고 어려워지게 된다. 이런 이유로 다목적 회분식 공정의 작업 순서 결정 문제는 그 중요성과 필요에도 불구하고 다품종 공정에 비해 상대적으로 연구가 많이 이루어지지 못하다가 최근 들어 관심이 높아짐에 따라 다목적 공정의 작업완료시간 계산과 일정계획 문제를 다룬 논문이 많이 발표되었다[1-2, 7-9].

Pinto와 Grossmann[9]은 다목적 회분식 공정의 일정계획 문제를 연속 시간 표현법(continuous time representation)을 이용해 접근함으로써 기존의 이산시간 표현법이 가지는 계산 시간의 한계를 극복하고자 하였다. Moon과 Hrymak[7] 또한 다목적 공정의 최종 작업완료시간을 최소화시키는 단기 일정계획 문제를 위한 MILP 모델을 제시한 바 있다. 그러나, 이들은 일반적인 다목적 공정을 다루기보다는 다품종 공정과 유사하게 각 제품의 제조 흐름 방향이 동일한 순차적 공정만을 대상으로 했을 뿐 일반적인 비순차적 공정을 다루지는 않았다.

Bok과 Park[1], Fuchino 등[2], Park과 Jung[8]은 이에서 더 나아가 공정 내에 역방향 제조 흐름이 존재하는 일반적인 비순차 다목적 공정의 작업완료시간 계산과 최적 일정계획 문제를 다루었지만, 중간 저장조 운영 방안을 고려하지 않았거나, UIS(Unlimited Intermediate Storage) 방안을 가정하였다.

이와 같이 기존의 다목적 회분식 공정에 대한 연구들은 다품종 공정과 유사하게 각 제품의 제조 흐름 방향이 동일한 순차적 공정만을 대상으로 했거나[7, 9], 비순차적 공정을 다루었다고 할지라도 UIS 방안이나 저장조가 없는 경우만을 고려했을 뿐[1-2, 8], 다품종 공정에서와 같은 다양한 중간 저장조 운영 방안을 고려한 최적 작업순서 결정 문제는 아직까지 다루어진 바 없다.

본 논문의 목적은 기존의 다품종 공정에서 집중적으로 연구되어진 다양한 중간 저장조 운영 방식에 따른 일반적인 비순차 다목적 회분식 공정의 최적 작업 순서 결정을 위한 수학적 모델을 개발하고, 이 모델을 이용해 주어진 공정의 최종조업완료시간을 최소화 시킬 수 있는 작업 순서를 결정하는 것이다. 이를 위한 대상 공정으로 각 제품의 제조 경로가 서로 다를 뿐 아니라 순차적 흐름, 역방향 흐름이 함께 존재하는 비순차 다목적 회분식 공정을 예로 다룬다.

이후 내용 전개를 살펴보면 2장에서는 이 논문에서 다루고자 하는 문제와 대상 공정을 정의한 후, 모델링에 필요한 각종 변수 및 기호들을 설명하도록 하겠다. 3장에서는 중간 저장조 운영 방안 중 UIS, ZW(Zero Wait), NIS(No Intermediate Storage), FIS(Finite Intermediate Storage) 방식에 대해 최적 작업 순서를 결정할 수 있는 혼합정수선형계획 모델을 제시하고, 4장에서는 이 모델을 3개의 예제에 적용, 그 결과를 분석함으로써 제시한 모델의 효용성을 보인다.

2. 비순차 다목적 회분식 공정의 최적 작업순서 결정 문제

2-1. 대상 공정

본 논문에서는 한 작업 단계에 하나의 장치만 있는 비순차 다목적 회

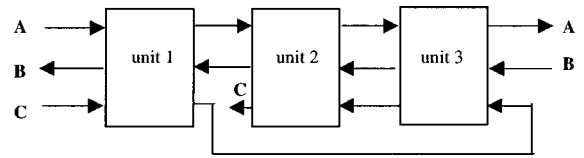


Fig. 1. Illustrative example.

분식 공정을 다룬다. 다품종 회분식 공정과 다목적 회분식 공정에서 작업순서 결정 문제의 차이를 비교하기 위해 Fig. 1과 같은 공정을 살펴 보도록 하자. Fig. 1에서 보는 바와 같이 세 가지 제품 A, B, C는 각각 제조 경로가 다르며, 제품 A가 장치 1→2→3을 거치는 순차적 제조 흐름을 갖는 반면에 제품 B는 장치 3→2→1 순의 역방향 흐름을 가지며, 제품 C는 장치 1을 거쳐서 장치 3으로 간 후 다시 장치 2를 거치는 흐름을 가진다.

다품종 회분식 공정에서는 모든 제품의 제조 경로가 동일하기 때문에 모든 장치에서 제품의 작업 순서가 동일하지만, Fig. 1과 같이 역방향 흐름이 있는 비순차 다목적 회분식 공정에서는 모든 장치에서의 제품 작업 순서를 동일하게 하면 앞 장치에서 정방향 흐름의 작업이 진행되는 동안 뒤의 장치들에서는 불가피한 유희시간이 생기게 돼서 장치 사용 효율이 크게 떨어지게 된다. Fig. 2(a)에는 Fig. 1에 나타난 공정이 Table 1과 같은 작업 시간을 가지며 UIS 방안으로 운영된다고 할 때, 모든 장치에서 같은 순서(A→B→C)로 제품이 처리되는 경우의 겐트(Gantt) 차트를 나타냈으며, Fig. 2(b)에는 UIS 방안에서 최종조업완료시간이 최소인 경우의 겐트 차트를 나타냈다.

두 그림에서 비교해 볼 수 있듯이 모든 장치에서 작업 순서가 동일한 경우보다는, 각 장치에서 제품 작업 순서를 서로 다르게 함으로써 앞 장치에서 정방향 흐름의 제품을 처리하는 동안 뒤의 장치에서는 역방향 흐름의 제품을 먼저 처리하면 장치의 유희 시간이 크게 줄어 생산성이 향상되는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 비순차 다목적 회분식 공정에서

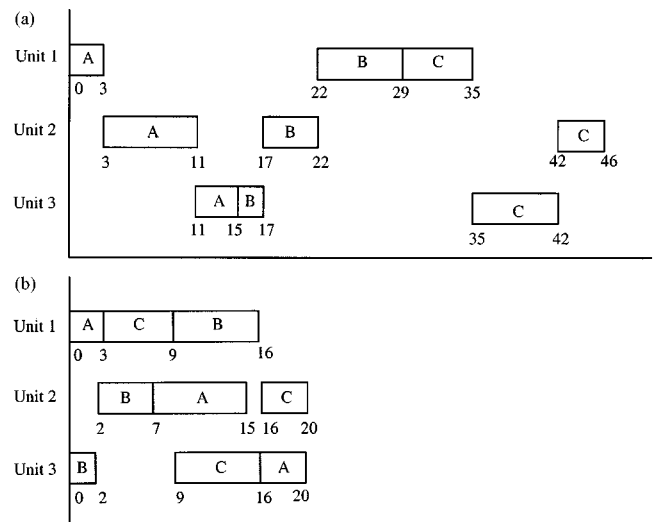


Fig. 2. (a) Schedule for the same production sequence(A→B→C) in all units, and (b) Optimal schedule for Fig. 1 under UIS policy.

Table 1. Data for illustrative example

Product \ Unit	Unit 1	Unit 2	Unit 3
	Processing times		
A	3	8	4
B	7	5	2
C	6	4	7

장치 사용 효율을 최대한 높이기 위해서는 각 제품의 제조 경로와 중간 저장조 사용 여부를 고려하여, 각 장치에서 제품의 처리 순서를 모두 다르게 결정해 주어야만 한다.

2-2. 문제 정의

본 논문에서 다루고자 하는 문제를 정의하면 다음과 같다. N 가지 제품을 M 개의 장치를 이용해 생산한다고 할 때, Fig. 1과 같이 제품 제조에 대한 정보(각 제품을 생산하기 위해 거치는 장치 종류와 순서, 각 장치마다 처리 가능한 제품의 종류)와 Table 1과 같은 제품의 조업 시간 데이터, 그리고 사용되는 저장 장치 운영방안(UIS, ZW, NIS, FIS)이 주어지면, 목적함수인 최종조업완료시간을 최소화시킬 수 있는 각 장치에서의 제품 조업 순서를 결정하고자 한다. 이 논문에서는 장치간 제품을 수송할 때 발생하는 수송시간(transfer time)과 한 장치에서 처리 제품 전환시 소요되는 준비시간(setup time)은 조업 시간에 함께 포함시켜 고려하였다.

2-3. 모델링에 필요한 변수 및 기호

본 논문에 나타난 수식에서 i 는 제품, j 는 장치, k 는 각 장치에서 제품의 처리 순서(sequence)를 나타낸다. 모델링에 필요한 집합과 변수, 각종 기호를 정의하면 다음과 같다.

(a) 집합

- I : 처리 제품의 집합
- J : 사용 장치의 집합
- K : 장치에서 제품 처리 순서의 집합
- I_j : 장치 j 에서 처리되는 제품의 집합
- J_i : 제품 i 를 처리하는데 사용되는 장치의 집합
- K_j : 장치 j 에서 처리되는 제품들의 순서를 나타내는 처리 순서 집합($|I_j|=K_j$)

(b) 필요한 변수 및 매개변수

- X_{ijk} : 제품 i 가 장치 j 에서 k 번째로 처리되면 1 나머지 경우는 0
- SX_{ijk} : 제품 i 가 장치 j 에 속한 저장소에서 k 번째로 저장되면 1 나머지는 0
- t_{ij} : 장치 j 에서 제품 i 의 조업 시간
- TS_{ij} : 제품 i 가 장치 j 에서 처리될 때 조업 시작 시간
- TF_{ij} : 제품 i 가 장치 j 에서 처리될 때 조업 완료 시간
- TSU_{kj} : 장치 j 에서 k 번째로 처리되는 제품의 조업 시작 시간
- TFU_{kj} : 장치 j 에서 k 번째로 처리되는 제품의 조업 완료 시간
- LFT : 가장 나중에 끝나는 조업의 완료 시간(Latest Finishing Time)
- EST : 가장 먼저 시작하는 조업의 시작 시간(Earliest Starting Time)

3. 중간 저장조 운영 방안에 따른 최적 조업순서 결정 모델

본 절에서는 비순차 다목적 회분식 공정에서 최종조업완료시간을 최소화 시키는 조업 순서 결정 문제의 수학적 모델을 제안하고자 한다. 앞서 살펴본 바와 같이 비순차 다목적 회분식 공정의 효율적인 조업을 위해서는 제품의 제조 흐름을 고려해 각 장치에서의 제품 처리 순서를 모두 다르게 해야 한다. 이를 위해 사용한 접근 방법은 Pinto와 Grossmann [9]이 제안한 방법에 근거한 것으로서, 먼저 주어진 중간 저장조 운영방안에 따라 각 장치에서 이루어지는 작업의 조업 완료시간을 제품과 장치 기준으로 각각 표현한 후, 이진 변수를 이용해 이 두 표현에서 사용된 변수들 중 관계 있는 것들을 서로 연결(matching)시키게 된다.

먼저 모든 중간 저장조 운영 방안에 공통적으로 적용되는 제품 할당 제약 조건(assignment constraints)을 살펴보도록 하자.

공정에 사용되는 장치 j 에서 처리되는 제품의 집합을 I_j 라고 할 때, 이 집합에 속하는 제품 i 는 장치 j 에 할당된 제품 처리 순서 K_j 중 어느 한

순서에서만 처리된다.

$$\sum_{k \in K_j} X_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \in I_j \quad (1)$$

한편, 장치 j 에 할당된 제품 처리 순서 측면에서 보면 어떤 처리 순서에서든 한 가지 제품만을 처리할 수 있으므로 다음과 같은 제약 조건이 성립하게 된다.

$$\sum_{k \in I_j} X_{ikj} = 1 \quad \forall i, k \in K_j \quad (2)$$

식 (1)과 (2)를 다품종 회분식 공정의 할당 조건과 비교할 때 각 장치에서 처리되는 제품의 종류와 수가 다르기 때문에 이를 구분하기 위해 장치에 따른 제품 처리 순서를 나타내기 위한 변수 X_{ikj} 에 j 가 붙게 된다.

이제 각 저장조 운영방안에 대해 제품의 조업완료시간을 장치와 제품 기준으로 표현한 후 연결시키는 방법을 살펴보도록 하자.

3-1. UIS 방안에 대한 최적 조업 순서 결정 모델

UIS 방안의 경우는 저장조 사용에 제한이 없는 경우로서 한 단계에서 조업이 끝난 제품이 다음 단계의 장치로 넘어가려고 할 때 다음 단계의 장치가 다른 제품을 처리하고 있는 중이라고 하더라도 현 단계의 장치에서 조업중인 제품을 저장조로 보내고 다음 조업을 수행할 수 있기 때문에, 병목으로 인해 지체되는 시간을 줄일 수 있다. UIS 방안에 대한 조업 시작과 완료시간을 제품과 처리 순서 기준으로 표현하면 다음과 같다.

먼저 처리 순서 기준에서 보면 어떤 장치 j 에서 k 번째 제품을 처리할 때 조업 시작 시간과 완료 시간 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$TFU_{kj} = TSU_{kj} + \sum_{i \in I_j} t_{ij} X_{ikj} \quad \forall k, j \in K_j \quad (3)$$

$$TSU_{kj} \geq TFU_{(k-1)j} \quad \forall k \in K_j \quad (4)$$

식 (3)에서 $\sum_{i \in I_j} t_{ij} X_{ikj}$ 항은 식 (2)에 의해 한 작업 순서 k 에 할당되는 제품 i 를 제외한 나머지 값들이 "0"이 되므로 결국은 k 번째로 처리되는 제품의 조업시간만을 나타내게 된다. 식 (4)는 한 장치에서 선행 작업이 완료되어야만 다음 작업이 수행될 수 있음을 나타낸다.

이벤트 제품 기준으로 조업 시작과 완료시간을 표현해 보자.

$$TF_{ij} = TS_{ij} + t_{ij} \quad \forall j \in J_i \quad (5)$$

$$TS_{(j+)_i} \geq TF_{ij} \quad \forall j \in J_i \quad (6)$$

식 (5)는 단계 j 에서 제품 i 의 조업 시작 시간과 완료시간 사이의 관계를 나타내며, 식 (6)에서 $(j+)$ 는 제품 i 의 제조 경로상 j 단계의 다음 단계를 나타내는 것으로서 앞 단계 장치에서 조업이 끝나야만 다음 단계 장치의 조업을 시작할 수 있음을 나타낸다.

이제 식 (3)-(6)을 통해 장치와 제품 기준으로 표현된 조업시간 변수들을 서로 연결시켜 주는 제약 조건을 살펴보자. U 를 충분히 큰 수라고 할 때

$$-U(1 - X_{ijk}) \leq TS_{ij} - TSU_{kj} \leq U(1 - X_{ijk}) \quad \forall j \in J_i, k \in K_j \quad (7)$$

$$-U(1 - X_{ikj}) \leq TF_{ij} - TFU_{kj} \leq U(1 - X_{ikj}) \quad \forall j \in J_i, k \in K_j \quad (8)$$

식 (7)과 (8)은 제품 i 가 장치 j 에서 k 번째로 처리되는 경우에만 부등식 양변이 "0"이 되면서 장치 기준으로 표현된 조업 시간과 제품 기준으로 표현된 조업 시간을 일치시키고 그렇지 않은 경우에는 양변에 곱해져 있는 충분히 큰 수 U 로 인해 완화되어 아무런 제약을 미치지 않게 된다. UIS 방안에서는 제품과 처리 순서 기준으로 표현한 각 조업의 시작과 완료시간이 등식으로 표현되어 있기 때문에 식 (7)과 (8)은 선택적인 것이어서 둘 중에 어느 하나만 사용하면 원하는 해를 얻을 수 있다.

목적함수를 최종조업완료시간의 최소화라고 할 때 UIS 방안에 대한 최적조업순서 결정 모델을 정리하면 다음과 같다. 다음 식에서 k_j 는 장치 j에서 가장 나중에 수행되는 조업을 나타내며, k_1 은 가장 먼저 수행되는 조업을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{목적함수} \quad & \text{Min MS} = \text{LFT} - \text{EST} \\ \text{제약조건} \quad & \text{LFT} \geq \text{TFU}_{k_j} \quad \forall j \\ & \text{EST} \leq \text{TSU}_{k_j} \quad \forall j \end{aligned}$$

식 (1)-(8)의 제약조건

위의 모델은 목적함수와 제약조건이 모두 선형이며, 연속 변수와 이진 변수를 함께 사용하는 혼합정수선형계획법 문제가 된다.

3-2. ZW 방안에 대한 최적 조업 순서 결정 모델

ZW 방안은 UIS 방안과는 달리 각 장치 사이에 중간 저장조가 없고, 제조 흐름상 한 단계에서 조업이 끝난 제품은 지체 없이 바로 다음 조업 단계로 수송되어야만 하는 특성이 있다. 따라서, UIS 방안에서는 부등식으로 표현되었던 제품 기준의 표현식 (6)이 다음과 같이 등식 조건으로 바뀌게 된다.

$$\text{TS}_{i(j)} = \text{TF}_{ij} \quad \forall j, i \in J_i \quad (9)$$

앞의 UIS 방안에 대한 모델에서 식 (6)을 식 (9)로 대체하면 ZW 방안으로 운영되는 다목적 회분식 공정의 최적조업순서 결정 모델이 된다.

3-3. NIS 방안에 대한 최적 조업 순서 결정 모델

NIS 방안의 경우는 각 단계의 장치 사이에 중간 물질을 저장할 저장조가 없기 때문에, 현 단계에서 조업이 끝났더라도 다음 단계의 장치가 조업중인 경우에는 다음 단계로 넘어가지 못하고 현 단계에서 중간 물질을 보유한 채 대기하는 방식으로 운영된다. 따라서, UIS나 ZW 방안과는 달리 각 제품마다 제조 흐름상 다음 단계의 조업 상황을 고려하여 현 단계에서의 작업을 종료하고 다음 단계의 조업으로 넘어갈 것인지, 아니면 현 단계에서 대기할 것인지를 결정해야만 한다. 이를 위한 제약 조건을 정리하면 다음과 같다.

UIS나 ZW에서는 등식이었던 식 (3)과 (5)는 NIS 같은 경우 현 단계 조업이 종료되더라도 대기하는 시간이 생길 수 있기 때문에 다음과 같은 부등식으로 바뀌게 된다.

$$\text{TFU}_{kj} \geq \text{TSU}_{kj} + \sum_{i \in I} t_{ij} X_{ikj} \quad \forall k \in K_j \quad (10)$$

$$\text{TF}_{ij} \geq \text{TS}_{ij} + t_{ij} \quad \forall j \in J_i \quad (11)$$

또한, 저장조가 없기 때문에 한 장치에서 조업 완료시간과 다음 장치에서의 조업 시작 시간 사이에 간격이 없어지게 되므로, UIS 방안에서는 부등식이었던 식 (6)이 ZW 방식의 식 (9)처럼 등식이 된다.

이외에 각 제품의 조업 흐름에서 현 단계의 조업상황과 다음 단계의 조업 상황을 비교하는 제약 조건을 나타내면 다음과 같다.

$$\text{TF}_{ij} \geq \text{TFU}_{(k-1)(j)} - U(1 - X_{ik(j)}) \quad \forall j \in J_i, k \in K_{j+1} \quad (12)$$

식 (12)에서 (j_-) 가 의미하는 단계는 다품종 회분식 공정과 달리 모든 제품마다 서로 다르기 때문에 i 가 바뀌면 (j_-) 도 따라 바뀌게 된다. 식 (12)는 제품 i 가 장치 (j_-) 에서 k 번째로 처리되려고 하면 현 단계 장치 j 에서의 조업 완료 시간이 제조 흐름상 다음 단계 (j_-) 에서 $(k-1)$ 번째로 처리되는 제품의 조업 완료 시간 이후이어야 함을 나타낸다. 식 (12)의 경우도 $X_{ik(j)}$ 값이 “1”인 경우에만 영향을 미치게 되고, 나머지 경우는 충분히 큰 수 U 로 인해 완화되어 아무런 영향을 미치지 않게 된다.

UIS 방안에 대한 모델에서 식 (3), (5)-(6)을 식 (9)-(11)로 바꾸고, 식 (12)를 더하면 NIS 방안에 대한 최적조업순서 결정 모델이 된다.

3-4. FIS 방안에 대한 최적조업순서 결정 모델

FIS 방안에 대한 최적조업순서 결정 모델을 설명하기에 앞서 본 논문에서 중간 저장조가 운영되는 방식을 정의하도록 하자. 본 논문에서 한 장치 j에 속한 중간 저장조 j은 그 단계의 장치에서 처리되는 제품만을 저장할 수 있다고 가정한다. 따라서, 저장조를 포함한 장치 j의 경우는 그 장치에서 처리되고 난 제품이 제조 흐름상 다음 처리 단계 장치로 넘어가려고 할 때 다음 단계 장치가 비어 있다면 바로 다음 장치로 넘어갈 수 있지만, 다음 장치가 조업을 하고 있다면 그 장치 사용이 가능할 때까지 중간 저장조 가용 여부에 따라 중간 물질을 저장조로 보내 저장하거나, 그렇지 못한 경우는 현 장치에 대기해야만 한다. 나머지 중간 저장조가 없는 장치의 경우는 앞의 NIS 방식과 동일하게 조업된다 고 가정한다.

비순차 다목적 공정이 FIS 방식으로 조업되는 경우에 저장조가 있는 장치 j에서 제품 i 가 조업 완료될 때 일어날 수 있는 4가지 상황을 정리하면 다음과 같다.

- 다음 장치 j+1이 비어있고, 저장조도 비어있는 경우
- 다음 장치 j+1이 비어있고, 저장조는 차있는 경우
- 다음 장치 j+1이 조업중이고, 저장조는 비어있는 경우
- 다음 장치 j+1이 조업중이고, 저장조도 차있는 경우

위의 4가지 경우중 첫 번째와 두 번째의 경우 단계 j에서 조업 완료된 제품은 저장조를 거치지 않고 바로 다음 단계 장치로 넘어갈 수 있고, 세 번째 경우는 중간 저장조에 제품을 저장하게 되며, 네 번째 경우는 현 단계에서 대기하고 있다가 다음 단계 장치나 저장조 중 먼저 비는 쪽으로 넘어가게 된다.

FIS 방안에 대한 조업 완료식을 표현할 때 다품종 회분식 공정과 다목적 회분식 공정의 가장 큰 차이점은 다품종 회분식 공정에서는 모든 제품의 제조 흐름이 동일하기 때문에 선입선출(First Input First Output) 원리로 운영되는 한 두 번째와 같은 상황은 절대 일어나지 않는다. 다시 말하면 중간 저장조가 차 있다면 반드시 다음 단계 장치 (j_-) 도 조업 중이므로 현 장치 j에서 조업을 끝내려면 단순히 저장조의 사용 가능 여부만을 고려하면 된다. 이에 비해 다목적 회분식 공정의 경우는 j 번째 단계에서 처리된 제품이라고 해도 다음 조업 단계가 서로 다르기 때문에 두 번째와 같은 상황이 발생할 수 있다. 따라서, 저장조를 포함한 단계에서 조업 완료 시간은 위의 4가지 상황에 모두 적용 가능한 논리적 제약 조건으로 표현해야만 한다.

먼저 장치 j에 속한 저장조를 j_i 라 할 때 저장조에 중간 제품 저장 여부를 결정하는 변수 SX_{ikj} 에 대한 제약 조건은 다음과 같다.

$$X_{ikj} \geq SX_{ikj} \quad i \in J, k \in K_j \quad (13)$$

식 (13)은 저장조를 포함한 장치 j에서 k번째로 처리가 끝난 제품 i 는 저장조 j_i 에 저장될 수도 있고 아닐 수도 있음을 나타내며, 저장조가 한 시점에서 하나의 제품밖에 저장할 수 없음을 의미하기도 한다.

이제 저장조를 포함한 장치 j에서 처리가 끝난 제품이 저장조 j_i 와 다음 장치 (j_-) 의 사용 여부에 따라 현 장치에서 조업을 끝낼 수 있는지 대기할 것인지 여부를 결정하는 제약 조건은 다음과 같다.

$$\text{TF}_{ij} \geq \text{TFU}_{(k-1)j} - U(1 - SX_{ikj}) \quad i \in J, k \in K_j \quad (14)$$

$$\text{TF}_{ij} \geq \text{TFU}_{(k'-1)(j)} - U \left(2 - \sum_{k \in K_j} SX_{ikj} - X_{ij'(j)} \right) \quad i \in J, k' \in K_{(j)} \quad (15)$$

$$-U \left(1 - \sum_{k \in K_j} SX_{ikj} \right) \leq \text{TS}_{ij} - \text{TF}_{ij} \leq U \left(1 - \sum_{k \in K_j} SX_{ikj} \right) \quad i \in J \quad (16)$$

$$TF_{ij} \geq TF_{U_{(k'-1)U_j}} - U \left(1 + \sum_{k \in K_j} S X_{ikj} - X_{ik'(j)} \right) \quad i \in I_j, k' \in K_{(j)} \quad (17)$$

식 (14)는 단계 j에서 처리가 끝난 제품을 중간 저장조에 저장하려고 하면 먼저 저장되어 있던 제품의 저장기가 끝나 저장조가 비어 있어야 함을 의미하며, 식 (15)는 중간 저장조에 저장되어 있던 제품이 다음 단계로 넘어가려고 할 때 다음 단계 장치의 선행 작업이 끝나야 함을 의미한다. 식 (16)은 장치 j에서 처리가 끝난 제품 i가 저장조에 저장되는 경우에 장치 j에서의 조업완료시간과 저장조에서의 저장 시작 시간을 일치시키기 위한 제약 조건이다. 식 (17)은 단계 j에서 처리된 제품이 저장조를 거치지 않고 바로 다음 단계로 넘어갈 경우에 다음 단계에서의 선행 작업이 끝나서 장치가 비어 있어야 함을 가리킨다.

식 (14)-(17)은 논리적 제약 조건으로서 단계 j에서 처리가 끝난 제품이 중간 저장조에 저장되는 경우에는 식 (14)-(16)의 제약을 받으며, 식 (17)은 아무런 제약을 미치지 않게 된다. 반면, 저장조에 저장되지 않고 바로 다음 단계로 넘어가는 경우에는 식 (14)-(16)은 완화되어 아무런 영향을 미치지 않고 식 (17)만의 제약을 받게 된다.

이런 경우에는 저장조가 없는 다른 장치들과 동일하게 다음 장치의 가용 여부만을 고려하는 경우가 되며, 만일 모든 제품이 저장조를 사용하지 않게 되면 결국 NIS 방식의 경우와 동일한 결과를 얻게 된다.

이와 같이 다품종 회분식 공정에서는 모든 제품의 (j-)단계가 같기 때문에 현 단계 장치 j의 조업을 끝내려면 단순히 저장조 사용 가능 여부를 고려하면 되었지만, 다목적 회분식 공정에서는 각 제품마다 (j-)단계가 서로 다르기 때문에 저장조와 다음 장치 (j-)의 가용 여부를 동시에 고려해야 한다는 점에서 큰 차이가 있다.

이외에 저장조를 포함하지 않는 나머지 단계들에 대해서는 NIS 방안에서 사용되는 제약조건을 그대로 사용하면 된다.

4. 적용 예제

본 절에서는 앞에서 제안한 모델의 효용성을 검증하기 위해 3개의 예제를 풀어 그 결과를 보였다. MILP 문제를 푸는데 사용한 solver는 GAMS/OSL이며, IBM RS/6000(모델 350) 워크스테이션을 이용하였다.

4-1. 예제 1

본 예제에서는 Park과 Jung[8]의 논문에서 다루어진 제품 6개 장치 3개로 이루어진 공정에 대해 이 모델을 적용하였다. 대상 공정은 Fig. 3과 같으며 조업시간 데이터는 Table 2에 나타내었다. Park과 Jung[8]은 단순히 주어진 제품 처리순서에 대해 각 장치에서 조업완료시간을 계산하는데 그친 반면, 본 논문에서 제시한 모델은 더 나아가 최종 조업 완료시간을 최소화 시키는 조업순서를 결정할 수 있다는 점이 다르다. 비교를 위해 Fig. 4에는 본 논문에서 제시한 모델을 이용해 결정한 UIS 방안에 대한 최적 조업 순서와 최종조업완료시간을 겐트 차트로 나타내었다. Park과 Jung[8]이 제시했던 조업완료시간은 “170”이었지만 여

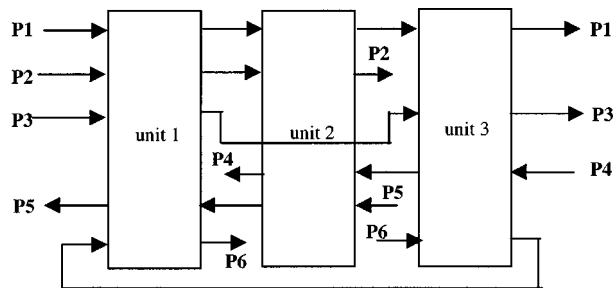


Fig. 3. Schematic diagram for example 1.

Table 2. Data for example 1

Product \ Unit	Unit 1	Unit 2	Unit 3
	Processing times		
P1	20	25	30
P2	15	10	
P3	30		30
P4		20	15
P5	25	30	
P6	35	30	20

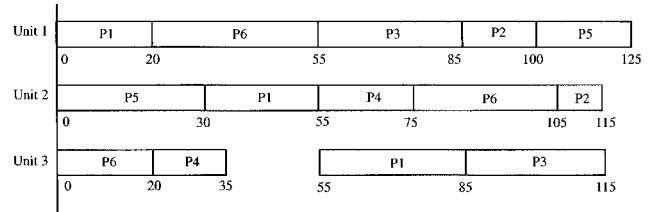


Fig. 4. Result for UIS policy of example 1.

기서 제시한 모델을 통한 최적 순서에 기반한 최종조업완료시간은 “125”가 나왔다.

4-2. 예제 2

Fig. 5에 나타난 제품 4개, 장치 4개로 이루어진 공정에 대해 이 모델을 적용하였다. 조업 시간 데이터는 Table 3의 것을 사용했으며, 각 저장장치 운영방안에 적용하여 얻은 결과를 Table 4과 5에 나타내었다.

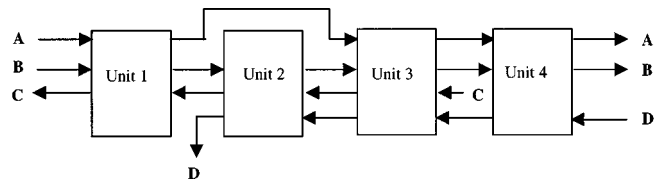


Fig. 5. Schematic diagram for example 2.

Table 3. Data for example 2

Product \ Unit	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4
	Processing times			
A	15		8	12
B	10	20	5	13
C	20	7	9	
D		7	17	5

Table 4. Optimal sequence in each unit for example 2

	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4
UIS	B-A-C	C-B-D	C-D-A-B	D-A-B
ZW	B-C-A	C-B-D	C-D-B-A	D-B-A
NIS	A-B-C	C-B-D	C-A-D-B	D-A-B
FIS	B-A-C	B-C-D	C-D-B-A	D-B-A

Table 5. Statistical result for example 2

	0-1 variable	Continuous variable	Constraint	Makespan	CPU(sec)
UIS	52	58	196	59	0.43
ZW	52	58	196	71	0.43
NIS	52	58	317	63	0.85
FIS	68	73	361	60	1.24

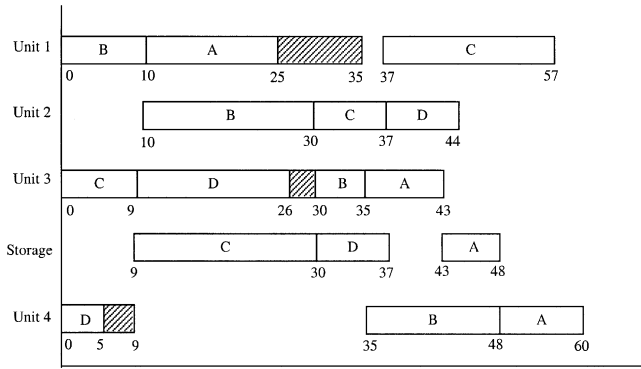


Fig. 6. Result for FIS policy of example 2.

Fig. 6은 FIS 방안에서 장치 3에 하나의 저장조가 있는 경우에 대한 최적 조업 결과를 겐트 차트로 나타낸 것이다. 그림에서 빗금친 부분은 다음 장치나 저장조로 넘어가지 못하고 현 장치에서 대기하는 시간을 나타낸 것이다. 결과 그림에서 볼 수 있듯이 장치 3에서 처리가 끝난 제품 C는 다음 단계인 장치 2가 조업 중이고 저장조가 비어있기 때문에 저장조로 바로 저장된 반면, 제품 D는 다음 장치 2와 저장조가 모두 사용중이기 때문에 현 장치에서 대기하다가 저장조로 가게 되고, 제품 B는 저장조는 사용중이지만 다음 장치인 장치 4가 비어있기 때문에 중간 저장조를 거치지 않고 바로 다음 단계로 넘어가 조업을 시작하는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 본 논문에서 제시한 모델은 다목적 회분식 공정의 FIS 방안에서 나타날 수 있는 모든 상황을 표현할 수 있음을 볼 수 있다.

4-3. 예제 3

본 예제에서는 예제 1, 2보다 규모가 큰 제품 6개, 장치 6개로 이루

Table 6. Production paths for example 3

	Flow characters	Production paths
P1	Forward	U1→U4→U5→U6
P2	Backward	U3→U2→U1
P3	Cycle	U3→U5→U2
P4	Forward	U3→U4→U5
P5	Cycle	U4→U6→U3→U1
P6	Backward	U6→U4→U2

Table 7. Data for example 3

Product \ Unit	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	Unit 5	Unit 6
	Processing times					
P1	6			10	17	4
P2	8	15	5			
P3		20	8		13	
P4			9	5	6	
P5	15		11	9		7
P6		13		5		10

Table 8. Optimal sequence in each unit for example 3

	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	Unit 5	Unit 6
UIS	P1-P5-P2	P2-P6-P3	P2-P3-P5-P4	P5-P6-P1-P4	P3-P1-P4	P6-P5-P1
ZW	P1-P2-P5	P2-P3-P6	P2-P3-P5-P4	P5-P1-P6-P4	P3-P1-P4	P5-P6-P1
NIS	P1-P2-P5	P2-P6-P3	P2-P3-P5-P4	P5-P6-P1-P4	P3-P1-P4	P6-P5-P1
FIS	P1-P2-P5	P2-P6-P3	P2-P3-P5-P4	P5-P6-P1-P4	P3-P1-P4	P6-P5-P1

Table 9. Statistical result for example 3

	0-1 Variable	Continuous variable	Constraint	Makespan	CPU(sec)
UIS	68	83	263	53	1.15
ZW	68	83	263	59	1.41
NIS	68	83	431	56	1.85
FIS	77	113	501	53	2.17

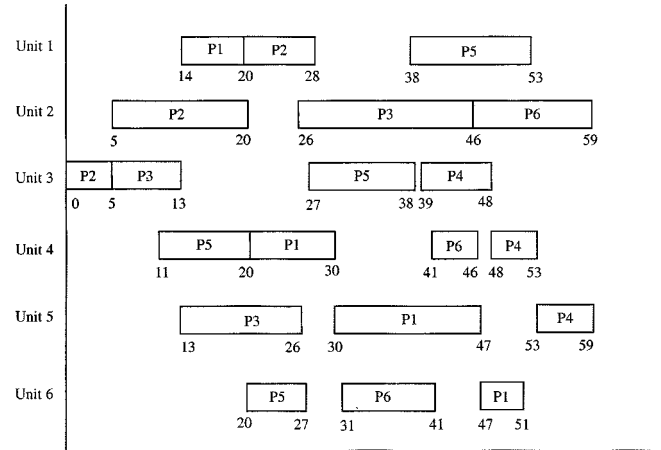


Fig. 7. Result for ZW policy of example 3.

어진 공정에 대해 이 모델을 적용하여 보았다. 각 제품은 Table 6과 같은 제조 경로를 가지며, 조업시간 데이터는 Table 7의 것을 사용했다. 각 저장조 운영 방안에 대한 풀이 결과를 Table 8과 9에 나타내었으며, FIS 방안의 경우는 장치 5에 저장조가 하나 있는 경우를 고려하였다. Fig. 7에는 ZW 방안에 대한 최적 조업 결과를 겐트 차트로 나타내었다.

5. 결 론

일반적인 비순차 다목적 회분식 공정에서 중간 저장조 운영방안에 따른 최적 조업 순서 결정 문제의 수학적 모델을 제안하였고, 이 모델을 이용해 주어진 공정의 최종조업완료시간을 최소화 시키는 조업 순서를 구하였다. 역방향 제조 흐름으로 인한 장치 사용의 비효율성을 줄이기 위해 각 장치마다 다른 제품 처리 순서를 가져야 하는 비순차 다목적 공정의 특성을 고려하여 주어진 저장조 운영 방안에 대해 각 장치에서 이루어지는 작업의 조업완료시간을 제품과 처리 순서 기준으로 각각 표현한 후 이진 변수와 논리적 제약 조건을 통해 이 두 표현에 사용된 변수를 연결시키는 방법을 사용했으며, 이러한 수학적 모델은 혼합정수선형계획법 형태로 표현하였다. 제안한 모델을 세가지 예제에 적용한 결과를 통해 모델의 효율성을 보였다. 본 논문에서는 제품의 조업시간에 제품 수송시간과 조업 준비시간 등을 함께 포함해서 고려했지만 보다 현실적인 공정 상황을 표현하기 위해서는 제품 수송시간과 준비시간 등을 독립적으로 고려한 모델을 개발해 나가야 한다.

감 사

본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구지원사업(1999-1-307-002-3)의 연구비 지원으로 이루어졌으므로 연구비를 지원해주신 한국과학재단에 감사드립니다.

참고문헌

1. Bok, J.-K. and Park, S.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **37**, 3652(1998).
2. Fuchino, T., Muraki, M. and Hayakawa, T.: *J. Chem. Eng. Japan*, **25**(3), 250(1992).
3. Jung, J. H., Lee, H., Yang, D. R. and Lee, I.: *Computers and Chem. Eng.*, **18**(6), 537(1994).
4. Kim, M. S., Jung, J. H. and Lee, I.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **35**, 4058(1996).
5. Ku, H. M. and Karimi, I. A.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **27**, 1840(1988).
6. Ku, H. M., Rajagopalan, D. and Karimi, I. A.: *Chem. Eng. Prog.*, **Aug.**, 35(1987).
7. Moon, S. and Hrymak, A. N.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **38**, 2144(1999).
8. Park, S. and Jung, J. H.: *HWAHAK KONGHAK*, **37**, 411(1999).
9. Pinto, J. M. and Grossmann, I. E.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **34**, 3037(1995).
10. Rajagopalan, D. and Karimi, I. A.: *Computers and Chem. Eng.*, **13**(1/2), 175(1989).
11. Voudouris, V. T. and Grossmann, I. E.: *Computers and Chem. Eng.*, **20**(11), 1335(1996).