

# 圓筒管들을 直交하는 粘性流의 流動現象에 關한 數值模寫 研究

鄭健容\* · 李炯晚 · 李基俊

서울대학교 工科大学 化学工学科  
(1985년 10월 18일 접수, 1986년 10월 4일 채택)

## A Numerical Study of the Viscous Flow Across the Cylinder Arrays

Kun Yong Chung\*, Hyung Mann Lee and Ki-Jun Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,  
Seoul National University, Seoul 151, Korea*  
(Received 18 October 1985; accepted 4 October 1986)

### 要 約

無限히 긴 圓筒形管으로 構成된 排列과 橢圓形管으로 構成된 各各의 排列에 대해서 定常狀態인 非壓縮性 粘性流体가 直交하여 흐르는 流動現象을 糾明하기 위하여 stream function과 vorticity로 表現되는 운동방정식을 有限差分化하여 數值模寫實驗을 行하였다.

직교좌표계에서는 圓筒形管 또는 橢圓形管的 표면이 格子点과 잘 一致하지 않으므로 圓筒形管에 인접한 경우와 圓筒形管으로부터 떨어진 두 경우로 나누어 有限差分化하였으며 圓筒形管 表面에서의 surface vorticity를 계산하기 위하여 연속하는 格子点에서의 stream function을 이용하였다.

**Abstract**—The Navier-Stokes equations are solved numerically for two-dimensional laminar flow of incompressible Newtonian fluid across the arrays of circular or elliptic cylinders. A square mesh is used to effect a discrete representation of the physical field. This necessitates the use of special treatment at mesh points near the curved boundary and also involves a new method of determining the surface vorticity using values of the stream function at various mesh points.

### 1. 序 論

圓筒管의 排列을 直交하여 흐르는 粘性流體의 流動現象에 關한 研究는 Fibrous Filter, 多孔性 媒介

體를 통하는 流體의 흐름과 특히 열교환기等 광범위하게 응용될 수 있다. 圓筒管을 직교하는 流體의 流動에 關한 理論的, 實驗的, 數值的 研究는 여러 가지 Reynolds數에 대해서 많은 사람들에 의하여

\*現住所 : 한국과학기술원 연구부 (Korea Advanced Institute of Science & Technology)

이루어졌다.

Reynolds 수가 커짐에 따라서 數値적분은 힘드므로 數値的인 취급도 한정되며 數値解析하기에 용이한 無限의 粘性流体内에 孤立된 한개의 圓筒管을 직교하는 粘性流動에 관한 연구가 관심을 끌어들였다. 數値的인 최초의 시도는 Thom [1]에 의해서 시작되었는데, 不規則的인 格子의 사용을 피하기 위하여 Mapping에 의한 방법으로 수치해를 구하였다. Dennis와 Chang [2]은 Reynolds 수가 5 ~ 100의 범위에서 급수전개를 한 stream function과 vorticity를 이용하는 有限差分法으로 수치해를 구하였는데, 既存의 실험결과와 유사하였다.

최근에 이르러 Gordon [3]은 圓筒管의 排列을 직교하는 점성유체의 流動에 관한 수치해를 구하기 위하여 同一한 간격의 格子를 이용하는 直交座標系를 사용하였다. 직교좌표계에서는 圓筒管의 表面이 格子点과 잘 일치하지 않으므로 圓筒管 表面에서의 vorticity를 계산하기 위하여 연속하는 X 또는 Y 방향의 格子点에서의 stream function을 이용하는 새로운 방법을 사용하였다.

本研究에서는 垂直으로 排列된 1列의 圓筒管의 경우와 橢圓形管의 경우, 그리고 연속하는 2列의 圓筒管 排列에 대해서 定常狀態인 非壓縮性 粘性流體의 流動現象을 數値的으로 模寫하였다. 운동방정식인 Navier-Stokes式을 stream function과 vorticity를 이용하여 有限差分法에 의한 數値解를 구하였으며 孤立된 한개의 圓筒管에 대한 數値的 結果와 比較 檢討하였다.

## 2. 理論展開

### 2-1. 問題의 設定 및 支配方程式

半徑이 R인 圓筒形管의 垂直中心距離가 6R이고 水平中心距離가 5R인 Fig. 1과 같은 無限히 긴 圓筒形管으로 구성된 排列의 경우와 Fig. 2와 같이 長軸이 R이고 短軸이 0.8R인 橢圓形管의 排列을 直交하여 흐르는 定常狀態인 非壓縮性 粘性流體의 流動現象을 糾明하기 위하여 Fig. 3과 같은 2次元 直交座標系를 設定하였다.

流體의 流動現象에 관한 Model을 提起함에 있어서 重力에 의한 영향은 無視하였고 等溫狀態이며 流

Case 1, 2

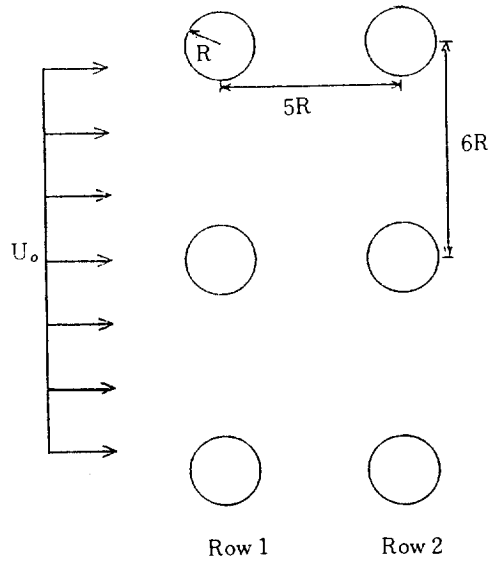


Fig. 1. Array of circular cylinders.

體의 모든 物理的性質은 일정하다고 보았다. 이와 같은 가정하에서 다음과 같은 支配式들이 구해진다.

$$\text{연속방정식: } \nabla \cdot v = 0 \tag{1}$$

$$\text{운동방정식: } v \cdot \nabla v = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 v \tag{2}$$

以上の 支配方程式들은 연립비선형 편미분방정식

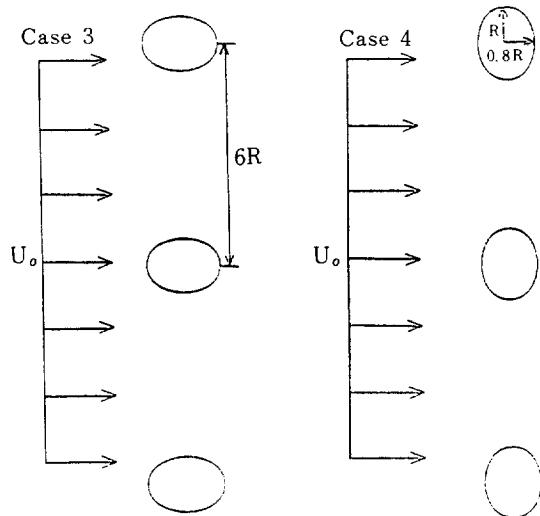


Fig. 2. Array of elliptical cylinders.

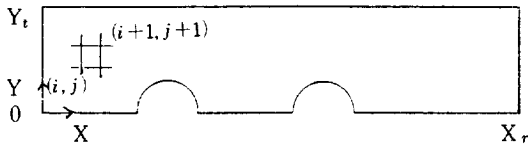


Fig. 3. Rectangular coordinate system.

으로서 이들의 解析的인 解는 구하기 힘들므로 有限差分化하여 Computer로 변수들을 계산하게 되는데 편의상 연속방정식을 自動的으로 만족시키는 stream function과 vorticity를 利用하여 数值解析하기에 유용한 다음의 式으로 나타낼 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{4}$$

$$u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\zeta \tag{6}$$

2-2. 無次元化

數值的인 취급의 편리를 위하여 아래와 같은 無次元變數와 無次元數를 定義한다.

$$\begin{aligned} U &= \frac{u}{U_0}, \quad V = \frac{v}{U_0} \\ X &= \frac{x}{R}, \quad Y = \frac{y}{R} \\ \Psi &= \frac{\psi}{U_0 R}, \quad W = \frac{R \zeta}{U_0}, \quad Re = \frac{2RU_0}{\nu} \end{aligned} \tag{7}$$

이들을 代入하여 stream function, vorticity 式, vorticity transport 式을 다음과 같이 無次元化 시킨다.

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \tag{8}$$

$$V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \tag{9}$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -W \tag{11}$$

따라서 以上 4個의 편미분방정식을 適當한 境界條件과 함께 풀면 4개의 變數 U, V, W, Ψ를 구

할 수 있다.

3. 数值模写实验

3-1. 有限差分化

편미분 방정식을 数值解析하기 위해서 同一한 間격의 수평선과 수직선들의 交叉點으로 構成되는 Fig. 3 과 같은 格子系를 도입하였다. 格子間의 間격은 ΔX=ΔY=0.2로 잡았고, 이때

$$\begin{aligned} X_i &= (i-1) \Delta X \\ Y_j &= (j-1) \Delta Y \end{aligned} \tag{12}$$

의 관계가 있다.

直交座標系를 사용하였으므로 圓筒管의 表面이 格子點과 잘 一致하지 않기 때문에 다음과 같은 두 가지 경우로 나누어 有限差分化하였다.

3-1-1. 圓筒管의 表面 (Curved Boundary)

으로부터 떨어진 경우 (r>1.6)

數式을 간단히 表示하기 위하여 F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>를 다음과 같이 定義한다.

$$\begin{aligned} F_1 &= f_{i+1,j} + f_{i-1,j} + f_{i,j+1} + f_{i,j-1} \\ F_2 &= f_{i+1,j+1} - f_{i-1,j+1} + f_{i+1,j-1} + f_{i-1,j-1} \end{aligned} \tag{13}$$

Taylor 급수를 線型結合하면,

$$4F_1 + F_2 = (20 + 6h^2 \nabla^2 + \frac{h^4}{2} \nabla^4) f_{i,j} \tag{14}$$

여기에서,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}$$

$$\nabla^4 = \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right)^2$$

h=ΔX=ΔY 이다.

(14)式을 적용하여 vorticity 式과 vorticity transport 式을 有限差分化 하면,

$$20 \Psi_{i,j} = 4S_1 + S_2 + 6h^2 W_{i,j} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} 20W_{i,j} &= 4T_1 + T_2 - \frac{3}{4} Re \{ (\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j-1}) \\ &\quad (W_{i+1,j} - W_{i-1,j}) - (\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i-1,j}) \\ &\quad (W_{i,j+1} - W_{i,j-1}) \} \end{aligned} \tag{16}$$

S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>는 F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>에 해당하는 stream function 이며 T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>는 F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>에 해당하는 vorticity이다.

3-1-2. 圓筒管의 表面에 인접한 경우 (r ≤ 1.6)

Curved Boundary 근처에서는 Fig. 4와 같이 格子點을 3가지로 나누어 各各에 대한 Lagrange 內

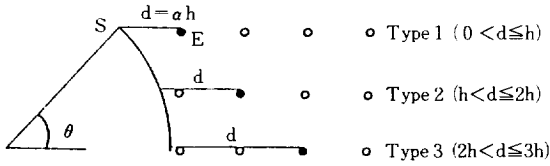


Fig. 4. Grid system adjacent to curved boundary.

插多項式을 利用하여 1, 2次 편미분도함수를 구한 후, 이들을 조합시켜 有限差分化하였다.

또한 圓筒管表面에서의 vorticity는 연속하는 격자점에서의 stream function을 이용하여 다음과 같이 계산하였다. Fig. 4 에서와 같이 S는 圓筒管表面上的 한 점이며 (11)식을 S에 대해서 변형시키면,

$$W_s = - \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_s \quad (17-a)$$

$$= - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \Big|_s \quad (17-b)$$

이 된다.  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$ 와  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}$ 를 Taylor 급수전개하여 No-slip境界條件을 적용시켜 (17-a, b)식을 有限差分化하면 다음과 같다.

$$W_s = - \frac{2\alpha(1+\alpha)(2+\alpha)(3+\alpha)(4+\alpha)(5+\alpha)}{5! h^2 \cos^2 \theta} \left[ \frac{\Psi_{i,j}}{\alpha^3} - \frac{5\Psi_{i+1,j}}{(1+\alpha)^3} + \frac{10\Psi_{i+2,j}}{(2+\alpha)^3} - \frac{10\Psi_{i+3,j}}{(3+\alpha)^3} + \frac{5\Psi_{i+4,j}}{(4+\alpha)^3} - \frac{\Psi_{i+5,j}}{(5+\alpha)^3} \right] \quad (18-a)$$

$$W_s = - \frac{2\beta(1+\beta)(2+\beta)(3+\beta)(4+\beta)(5+\beta)}{5! h^2 \sin^2 \theta} \left[ \frac{\Psi_{i,j}}{\beta^3} - \frac{5\Psi_{i,j+1}}{(1+\beta)^3} + \frac{10\Psi_{i,j+2}}{(2+\beta)^3} - \frac{10\Psi_{i,j+3}}{(3+\beta)^3} + \frac{5\Psi_{i,j+4}}{(4+\beta)^3} - \frac{\Psi_{i,j+5}}{(5+\beta)^3} \right] \quad (18-b)$$

(18-a)식은  $\theta \leq \frac{\pi}{4}$  또는  $\theta \geq \frac{3}{4}\pi$  일때 적용하였으며 (18-b)식은  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3}{4}\pi$  일때 적용하였다. 그러나 (18-a, b)식의 첫번째 격자점이 圓筒管에 상당히 근접되어 있을 때  $\alpha^3$  또는  $\beta^3$ 의 값이 작으므로 큰 誤差를 일으킨다. 그러므로  $\alpha, \beta$ 가 surface vorticity parameter라는 미리 定한 값보다 작을 경우는 圓筒管으로부터 떨어진 두번째 격자점부터 (18-a, b)식을 적용하였으며 本 研究에서는

surface vorticity parameter를 1로 하였다.

또한 surface vorticity  $W_s$ 를 反復計算에 직접 사용할 경우 발산할 때도 있으므로  $0 < q \leq 1$ 인 Relaxation factor  $q$ 를 도입하였다.

$$W_s^{k+1} = qW_s^k + (1-q)W_s^* \quad (19)$$

여기에서  $k$ 는 반복횟수를 나타내는 첨자이며  $W_s^*$ 는 (18-a, b)식으로 계산된 surface vorticity이다. 本 研究에서는  $q=0.7$ 로 하였을때 수렴성이 양호하였다.

Frictional drag force와 Form drag force는 各 各

$$F_f = 2\mu U_o \int_0^\pi (-W_s) \sin \theta \, d\theta \quad (20)$$

$$F_p = 2\mu U_o \int_0^\pi \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right)_s \sin \theta \, d\theta \quad (21)$$

와 같이 나타낼 수 있다.  $\left( \frac{\partial W}{\partial r} \right)_s$ 는 Linear interpolation을 하여 決定하였고 積分은 Simpson公式에 의하여 계산하였다.

그리고 stream function과 vorticity의 수렴기준식은

$$\left[ \left| \frac{\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k}{\Psi_{i,j}^{k+1}} \right|, \left| \frac{W_{i,j}^{k+1} - W_{i,j}^k}{W_{i,j}^{k+1}} \right| \right]_{\max} \leq \epsilon \quad (22)$$

와 같이 나타낼 수 있으며 本 研究에서는  $\epsilon$ 의 값을  $10^{-3}$ 으로 採하였다.

### 3 - 2. 境界 및 初期條件

Uniform stream이  $X \rightarrow -\infty$ 에서 存在 하지만 數值實驗을 하기 위해서는 有限한 流動場만을 고려해야 하므로  $X=0$ 에서  $U=1, V=0$ 로 하였다. 따라서  $X=0$ 에서  $\Psi=Y, W=0$ 이다. 또는 流動場의 各部分을 흐르는 流体의 mass flux는 一定하고  $X \rightarrow \infty$ 에서 shear stress는 零에 수렴하므로  $X=X_r$ 에서  $\Psi=Y, W=0$ 이다. 反復計算을 위한 초기조건은 Fig. 5 에서와 같이 외경이  $l$ 인 同心圓環을 만들어 外部에서는 線型解인  $\Psi=Y, W=0$ 로 하고 内部에서는 Creeping式이 流動場의 境界條件과 圓環外部에서의 線型解와 一致하도록 구한 一般解를

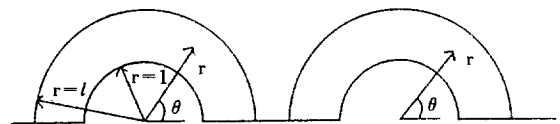


Fig. 5. Coordinate system for initial field.

適用하였다. 本 研究에서는  $l$ 를 2로 하였다. 圓環 内部에서의 流動場支配式은 다음과 같다.

$$\nabla^2 W = 0 \tag{23}$$

$$\nabla^2 \Psi = -W \tag{24}$$

(23), (24)式을 풀기 위한 境界條件은

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r = 1 \tag{25}$$

$$\Psi = Y, \quad W = 0 \quad \text{at } r = l$$

$$\Psi = 0, \quad W = 0 \quad \text{at } \theta = 0, \pi$$

이며 (25)式을 적용한 (23), (24)式의 一般解는 다음과 같다.

$$\Psi = (C_1 r^3 + C_2 r \ln r + C_3 r + \frac{C_4}{r}) \sin \theta \tag{26}$$

$$W = - (8 C_1 r + \frac{2 C_2}{r}) \sin \theta \tag{27}$$

여기에서

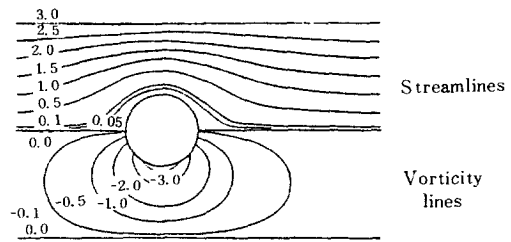
$$\begin{aligned} C_1 &= l^2 / (3l^4 - 4l^2 \ln l - 4l^2 + 1) \\ C_2 &= -4l^2 C_1 \\ C_3 &= -(4C_1 + C_2) / 2 \\ C_4 &= -(C_1 + C_3) \end{aligned} \tag{28}$$

이다.

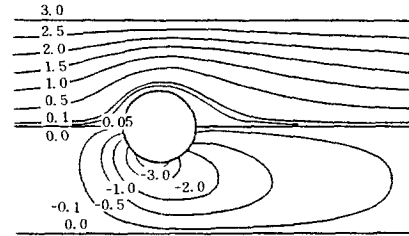
### 4. 結果 및 檢討

流体가 1列의 圓筒管 排列을 直交하여 흐르는 경우에 대한 streamline과 vorticity line을 Fig. 6에 나타내었다.

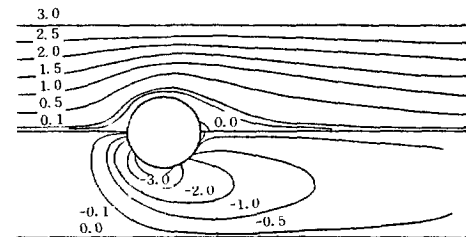
Reynolds 數가 0.1일때는 流体의 粘性力이 慣性力에 비해 훨씬 크기 때문에 Fig. 6에서 보는 바와 같이 streamline과 vorticity line의 형태는 圓筒管의 Upstream과 Downstream에서 서로 비슷하다. 그러나 Reynolds 數가 4인 경우는 현저하게 변하였다. 즉 Upstream에서는 streamline이 圓筒管에 더욱 접근한 반면 Downstream에서는 境界條件을 만족하는 一定한 狀態에 도달하기까지 긴 Flow path를 이루는 바, 그 Flow path는 Reynolds 數가 0.1일때보다 5h가량이 길다. 또 vorticity line의 형태도 크게 바뀌어 圓筒管앞부분에서는 밀집하였으나 뒷부분에서는 뒤로 처짐을 알 수 있었다. Reynolds 數가 7일때부터는 圓筒管의 後尾에서 分離가 일어나 vortex wake가 形成됨을 알 수 있으며, Reynolds 數가 10에 이르렀을때에는 Reynolds 數가 7일때보다 圓筒管後尾의 vortex wake 길이가 h가



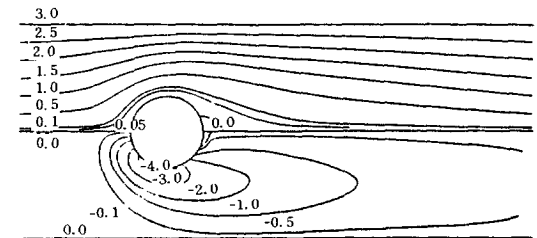
(1)



(2)



(3)



(4)

Fig. 6. Streamlines and vorticity lines of case1.

- (1) Re=0.1 (2) Re=4.0 (3) Re=7.0
- (4) Re=10.0

량 길어졌다.

Fig. 7은 圓筒管表面에서의 surface vorticity를 나타낸 것으로, 流体가 孤立된 한개의 圓筒管을 直交하여 흐르는 경우인 Dennis [2]의 數值解와 本 研究의 結果를 비교하였는데 圓筒管의 排列인 本 研究의 結果가 약 2배 가량 크게 나타났다. 이것은 孤立된 圓筒管이 流体의 流動에 미치는 영향은

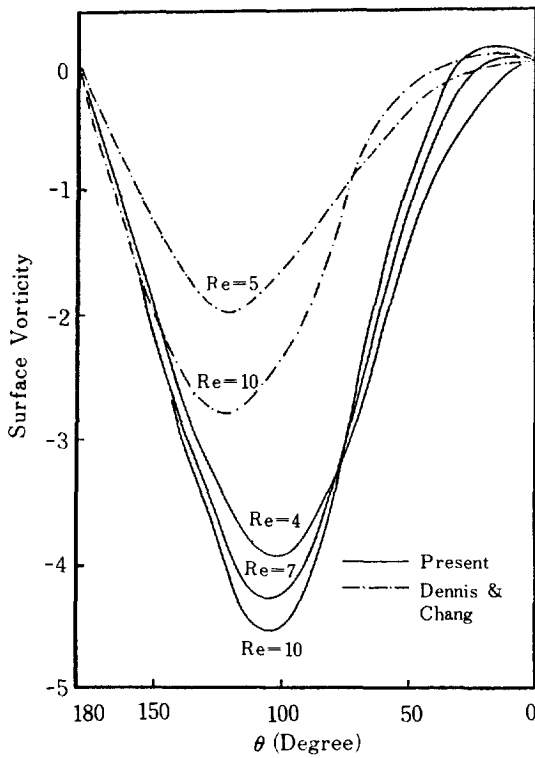


Fig. 7. Surface vorticity distribution.

상당히 먼부분까지 전달되지만 流体가 圓筒管의 排列부분을 흐를 경우에는 圓筒管들의 상호영향과 流体가 흐를 수 있는 부분이 좁아지므로 圓筒管表面에서의 vorticity가 크게 나타난 것으로 판단된다. Table 1 은  $R=0.5\text{ cm}$  일때 Reynolds 數에 따르는 單位 길이당 Drag force 를 나타낸 것으로, 本研究의 결과가 Dennis의 Frictional drag force 보다 약 2 배 크게 나타났다. 그러나 Form drag force 를

Table 1. Drag force.

( $10^{-4}\text{ dyne/cm}$ )					
Case	$F_r$ of	$F_r$ of	$F_r$ of	$F_r$ of Case 2	
Re	Dennis	Case 1	Case 1	Row 1	Row 2
0.1	-	1.05	1.13	1.02	1.01
0.5	-	5.24	5.51	5.06	4.99
1.0	-	10.83	12.19	10.12	9.85
4.0	-	41.63	38.75	41.03	36.73
7.0	37.98	74.20	64.80	73.51	60.12
10.0	62.50	107.50	85.19	106.69	81.03

계산할 경우 W에 대한 1 차 편미분도함수를 구할때 線型으로 한 假定은 Reynolds 數가 증가함에 따라서 圓筒管 근처에서의 vorticity 勾配가 증가하므로 부정확하여 Frictional drag force 보다도 작은 결과를 나타내었다.

Fig. 8 은 연속하는 2 列의 圓筒形管의 排列에 대한 streamline 과 vorticity line 을 나타낸 것이다. Reynolds 數가 0.1 일때는  $-0.5$  인 vorticity line 이 圓筒管들의 상호영향때문에 약간 수축하였으나 1 列의 圓筒管 일때와 마찬가지로 streamline 과 vorticity line 의 형태는 각각의 圓筒管的 Upstream 과 Downstream 에서 서로 비슷하였다. Reynolds 數가 4 일때는  $-0.5$  인 vorticity line 이 第 2 列에 가까운 부

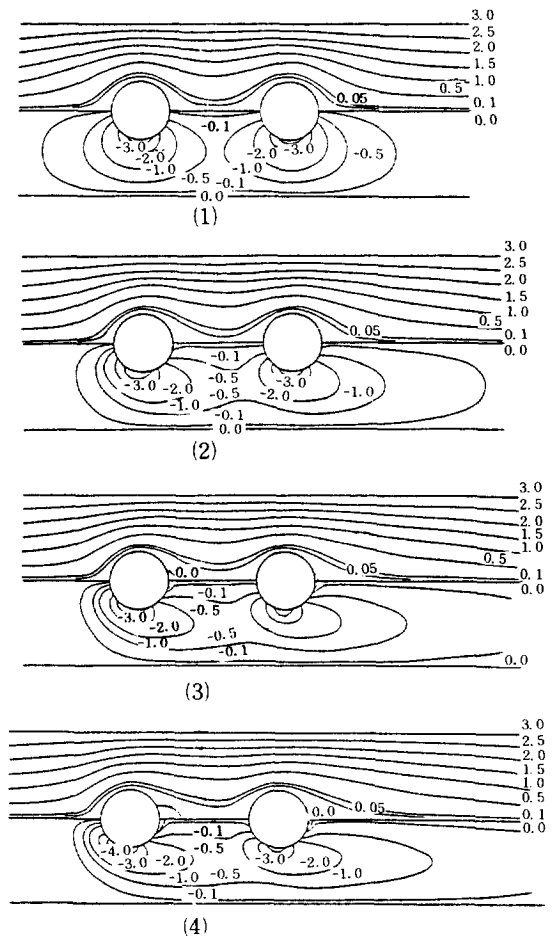


Fig. 8. Streamlines and vorticity lines of case 2.

(1)  $Re=0.1$  (2)  $Re=4.0$  (3)  $Re=7.0$   
(4)  $Re=10.0$

본에서 서로 합쳐졌으며 vorticity line은 第 1 列의 圓筒管앞부분에 밀집하였고 第 2 列의 圓筒管에서는 뒷쪽으로 다소 처짐을 볼 수 있었다. 1 列의 圓筒管 排列의 경우와 마찬가지로 Reynolds數가 7 일 때부터는 각각의 圓筒管後尾에서 分離가 일어났으며 第 1 列의 圓筒管에서는 約 h가량 긴 vortex wake를 이룰 뿐 아니라 vorticity 도 크게 나타났는데 第 1 列의 圓筒管이 流體의 流動體를 감속시키므로

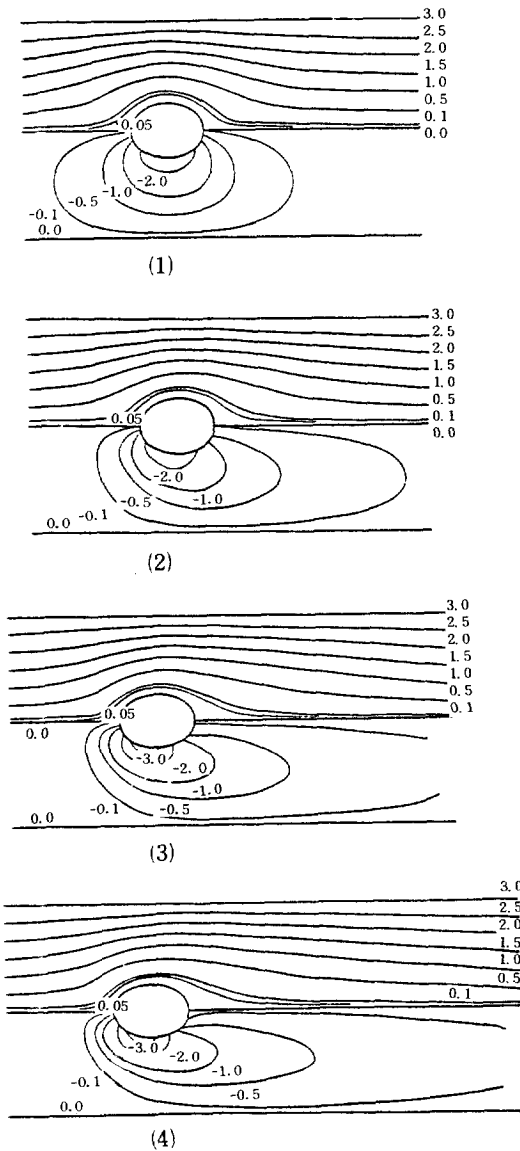


Fig. 9. Streamlines and vorticity lines of case 3.  
(1)  $Re=0.1$  (2)  $Re=4.0$  (3)  $Re=7.0$   
(4)  $Re=10.0$

第 2 列의 경우보다 크게 나타난 것으로 보인다. Reynolds數가 10일 때에는 2h가량 긴 vortex wake가 각각의 圓筒管에서 존재하였으며 특히 第 1 列의 圓筒管에서는 -4인 vorticity line이 존재하였으나 第 2 列의 圓筒管에서는 존재하지 않았다.

또한 Table 1의 case 2에 대해서, Reynolds數가 작을 경우는 第 1, 2 列의 圓筒管에서의 Frictional drag force가 비슷하나 Reynolds數가 증가함에 따라서 第 1 列에서의 Frictional drag force가 상대적으로 증가함을 알 수 있다.

流體가 X 축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 排列을 直交하여 흐르는 경우에 대한 streamline과 vorticity line이 Fig. 9에 表示되었다. Reynolds數가

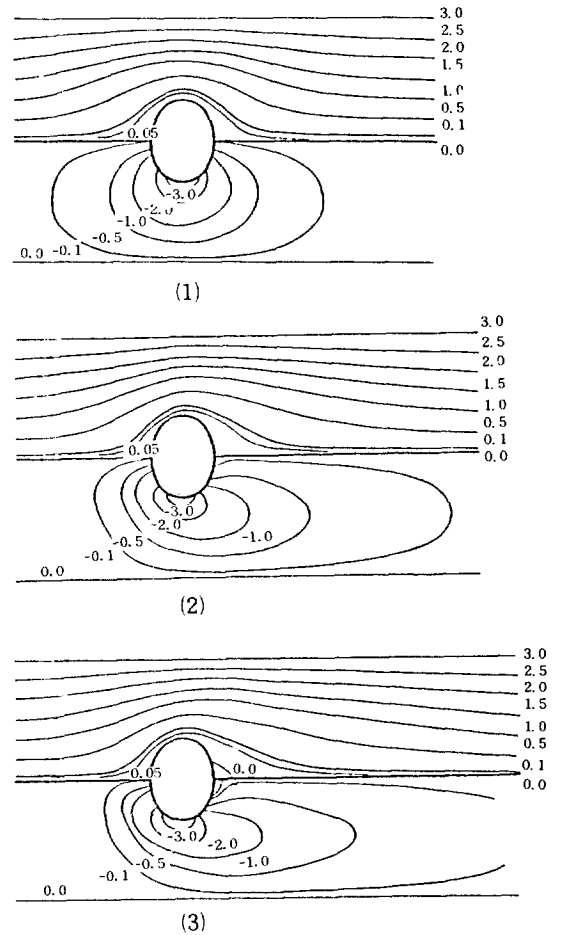


Fig. 10. Streamlines and vorticity lines of case 4.  
(1)  $Re=0.1$  (2)  $Re=4.0$  (3)  $Re=7.0$

0.1 일때는 圓筒管 排列의 경우와 마찬가지로 streamline과 vorticity line의 형태는 橢圓形管의 Upstream과 Downstream에서 비슷하였으나 橢圓形管 근처에서의 vorticity는 圓筒管일때 보다 작게 나타났다. 또한 圓筒管 排列의 경우는 Reynolds 수가 7 일 때부터 vortex wake가 존재하였으나 X축을 長軸으로 하는 橢圓形管排列의 경우는 Reynolds 수가 10이 될때까지도 後尾에서 分離가 일어나지 않았다.

流体가 Y축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 排列을 直交하여 흐르는 경우에 대한 streamline과 vorticity line이 Fig. 10에 表示되었다. Reynolds 수가 0.1 일때는 case 1, 3과 마찬가지로 橢圓形管의 Upstream과 Downstream에서 streamline과 vorticity line의 형태는 비슷하였으나 case 1, 3보다 橢圓形管 근처에서 큰 vorticity를 나타냈다. 또 Reynolds 수가 7 일때는 橢圓形管의 後尾에서 分離가 일어나 vortex wake가 존재하였으며 vortex wake의 길이도 圓筒管의 경우보다 길었다.

이상에서와 같이 vorticity는 X축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 排列인 case 3이 가장 작았으며 Y축을 長軸으로 하는 橢圓形管일때가 가장 크게 나타났다. 이와같은 것은 case 1, 4보다는 case 3의 형태가 流線型에 가깝기 때문인 것으로 보인다.

## 5. 結 論

本 研究는 圓筒管과 橢圓形管의 排列을 直交하여 흐르는 粘性流体의 流動現象을 數值模写한 것으로써 그 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 解析的으로 구하기 힘든 연립비선형 편미분 방정식을 stream function과 vorticity를 利用하여 有限差分法으로 計算할 수 있었으며 圓筒管 또는 橢圓形管의 表面과 格子点이 一致하지 않는 것은 圓筒管에 인접한 경우와 떨어진 두 경우로 나누어 有限差分함으로써 解決하였다.

2. 圓筒管 또는 橢圓形管 表面에서의 surface vorticity를 計算하기 위하여 연속하는 X또는 Y方向 格子点에서의 stream function을 利用하는 方法은 效果的이었다.

3. 反復計算을 위한 初期流動場을 決定하는 方法으로써 各各의 圓筒管 또는 橢圓形管에 대해 임

의 同心圓環을 만든 후 圓環外部에서는 vorticity가 存在하지 않으며 内部에서는 Creeping式의 一般解를 適用하는 cell model은 유용하였다.

4. 2列의 圓筒管排列의 경우 Reynolds 수가 작을때 第 1, 2列의 圓筒管이 流動場에 미치는 영향은 相互 비슷하나 Reynolds 수가 증가함에 따라서 第 1列의 圓筒管이 第 2列에 미치는 영향이 相對的으로 증가함을 알 수 있었다.

5. X축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 경우는 작은 vorticity를 나타냈으며 Reynolds 수가 10 일때까지도 分離가 存在하지 않았으나 圓筒管과 Y축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 경우는 Reynolds 수가 7 일때부터 各各의 뒷부분에서 分離가 일어나 vortex wake가 생김을 알 수 있었다. 또한 Y축을 長軸으로 하는 橢圓形管의 경우가 가장 큰 vorticity를 나타내었다.

本 研究는 格子点과 境界가 一致하지 않음으로써 발생하는 數值的인 취급의 어려움을 解決하려는 基礎研究로서 境界가 曲線을 이루는 Model이나 열 전달을 고려한 Model에 대해서 폭넓게 應用될 수 있으리라 기대된다.

## NOMENCLATURE

d	: 境界와 格子点사이의 無次元거리
$F_f$	: Frictional drag force, dyne/cm
$F_p$	: Form drag force, dyne/cm
$F_1$	: $(i+1, j), (i-1, j), (i, j+1), (i, j-1)$ 格子点의 數值合
$F_2$	: $(i+1, j+1), (i-1, j+1), (i+1, j-1),$ $(i-1, j-1)$ 格子点의 數值合
h	: X, Y方向의 格子間隔
q	: Relaxation factor
R	: 圓筒形管의 半径, cm
l	: 圓環의 無次元外徑
Re	: Reynolds number, $2RU_o/\nu$
r	: 圓筒管中心으로부터의 無次元距離
$S_1, S_2$	: $F_1, F_2$ 에 해당하는 Stream function
$T_1, T_2$	: $F_1, F_2$ 에 해당하는 Vorticity
U, V	: 無次元 X, Y方向速度
$U_o$	: Uniform stream velocity, cm/sec
u, v	: x, y方向速度, cm/sec



W : 無次元 Vorticity  
 X, Y : 無次元 直交座標軸  
 x, y : 直交座標軸, cm  
 Xr, Yt : 流動場의 X, Y 軸 거리  
 $\Delta X, \Delta Y$  : X, Y 方向의 증분

**Greek Letters**

$\alpha, \beta$  : 境界에 隣接한  $i, j$  方向의 格子点과  $h$  와의 比  
 $\epsilon$  : 수렴한계치  
 $\rho$  : 密度,  $g/cm^3$   
 $\nu$  : 동점도,  $cm^2/sec$   
 $\Psi$  : 無次元 Stream function  
 $\psi$  : Stream function,  $cm^2/sec$   
 $\zeta$  : Vorticity,  $sec^{-1}$

**Subscripts**

$i, j$  : X, Y 方向의 位置  
 $k$  : 反復段階  
 $s$  : 圓筒管의 表面

**REFERENCES**

1. Tom, A.: Proc. Roy. Soc. A, **141**, 651, (1933).
2. Dennis, S.C.R. and Chang, G.Z.: *J. Fluid Mech.*, **42**, 471 (1970).
3. Gordon, D.: *Computer and Fluids*, **6**, 1 (1978).
4. Tamada, K. and Fujikawa, H.: *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **10**, 425 (1957).
5. Happel, J.: *AICHE J.*, **5**, 174 (1959).
6. Allen, D.N.G. and Southwell, R.V.: *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **8**, 129 (1955).
7. Hamielec, A.E. and Raal, J.D.: *Phys. Fluids*, **12**, 11 (1969).
8. Nishimura, T. and Kawamura, Y.: *J. Chem. Eng. of Japan*, No. 4, **14**, 267 (1981).
9. Roache, P.J.: "Computational Fluid Dynamics", Hermosa Publishers, Albuquerque, (1976).
10. Schlichting, H.: "Boundary-Layer Theory", McGraw-Hill, New York, (1979).
11. Chow, C.Y.: "An Introduction to Computational Fluid Mechanics," Wiley, New York, (1979).