

관을 흐르는 균일입자 모래-물 슬러리의 최소수송속도

김홍태 · 한균석 · 박찬교 · 이철수

고려대학교 공과대학 화학공학과
(1983년 8월 5일 접수, 1984년 1월 21일 채택)

Minimum Transport Velocity of Sand-Water Slurries through Pipe Line

Hong Tae Kim, Kyun Suck Han, Chan Kyo Park and Chul Soo Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering
Korea University, Seoul 132, Korea*

(Received 5 August 1983; accepted 21 January 1984)

요 약

비구형 입자인 모래와 물의 슬러리계에서 최소 수송 속도를 구하기 위해 입자의 크기를 측정치 않는 침강 속도의 함수로 관련식을 제시하였다. 고체 농도가 약 1~20% 범위의 실험에서 농도가 15%까지는 농도에 따라 최소 수송 속도가 증가한 반면, 그 이상의 농도에서는 고체 입자의 농도에 무관하였다.

Abstract—The minimum transport velocity of sand-water slurry system in the concentration range of 1-20 volume % has been correlated in terms of particle settling velocity. Minimum transport velocity of slurries increased with the concentration of sand until the value reaches 15%. Thereafter, the minimum transport velocity is independent of slurry concentration.

서 론

슬러리란 고체-액체의 혼합물을 말하며 이를 이용한 수송방법은 공장에서의 원료 및 제품의 수송, 폐기물 처리등에 이용되고 있으며 이미 미국과 유럽등지에서는 석탄과 원광석등을 슬러리 형태로 운반하기 위하여 수백km의 수송관을 설치 이용하고 있다.

슬러리 수송에 있어서 가장 큰 문제는 슬러리가 수평관 내를 흐르고 있을 때 생기는 압력손실과 입자들이 관 밑바닥에 쌓이는 것을 막는데 필요한 최

소 수송속도를 예측하는 일이다. 도관을 통한 슬러리 수송에 대한 연구는 1906년 Blatch(1)에 의하여 모래슬러리에 대한 압력차 상관식 연구로 시작되었다. 그리고, 최소 수송속도에 대한 연구는 1950년대에 Durand(2)에 의해 시작되었으며 모래와 자갈 슬러리를 사용 입자의 크기, 관직경, 그리고 입자의 농도등에 따른 압력차 상관관계와 최소 수송속도에 관한 식을 제시하였다. 1960년대 Zandi와 Govatos(3)는 기존 발표된 자료에서 2500여개의 자료를 종합하여 Durand(2)과 Newitt(4)의 식을 이용 슬러리흐름을 두개의 영역으로 구분하고 각 영

역에 대한 입력차 상관식과 농도, 관직경, 저항계수, 고-액체의 밀도차를 이용한 임계속도 상관식을 구하였다. 1980년 Oroskar와 Turian[5]은 입자의 가라앉으려는 힘과 난류에너지와의 역학관계를 이용하여 최소 수송속도에 대한 순수 이론식을 발표하였으며 1981년 Parzonka와 Kenchington[6] 등은 이제까지의 기존자료를 종합 Durand[2] 식에서의 F_L 값이 슬러리농도의 함수임을 밝혔으며 최소수송속도값은 슬러리농도 15% 근처에서 최대값을 갖는다고 발표하였다.

이외에도 캐나다, 일본등지에서 슬러리수송에 대한 많은 연구가 이루어 졌으나 이들 연구의 대부분은 최소수송속도식을 개발함에 있어서 입자의 크기를 포함하고 있기때문에 입자의 정확한 크기를 구하는 데 문제점이 있으며 또한, 입자가 구형에서 벗어남에 따라 이를 보정할 수 있는 방법이 적당치 않았으며 결과적으로 슬러리의 최소수송속도를 구하는 데 있어서 만족스럽지 못하였다. 따라서, 본 연구는 실제 사용에 있어서 측정 곤란한 입자의 크기를 사용하지 않고 균일한 입자의 간단한 침강속도 실험을 통하여 구할 수 있는 입자들의 침강속도의 실험치를 이용하여 슬러리의 최소수송속도를 구할 수 있는 식을 제시하고자 하며, 알려진 상관식들이 평균오차 범위가 30% 정도것에 반하여 이 방법을 통하여 계산의 정확성을 높이고자 하였다.

이론적 고찰

입자가 유체속에서 움직일때 저항력이 존재하며 이때 저항계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_D \equiv (F_D/A_F)/(\rho u^2/2g_c) \quad (1)$$

입자가 구형일때 종말속도에서 저항계수와 저항력은 다음과 같다.

$$F_D = C_D \left(\frac{\rho u_\infty^2}{2} \right) \frac{\pi d^2}{4} \quad (2)$$

$$C_D = \frac{4gd(s-1)}{3u_\infty^2} \quad (3)$$

저항계수와 입자의 레이놀즈수와 관계는 연속적인 곡선으로 나타난다. 그러나, 실제계산에 있어서 큰오차 없이 레이놀즈수에 따라 세개의 직선영역으로 표시할 수 있다[7].

밀집된 부유상태에 있는 입자들의 침강속도는 단일입자의 침강속도보다 항상 느리다. 그 이유는 입자들이 밀집되므로 인한 입자들의 상호작용에 의하여 침강속도가 영향을 받으며 또한, 입자들이 아래로 움직임에 따라 같은 부피의 유체가 이에 상당한 상승속도를 일으키기 때문인 것으로 설명된다. 부유상태에 있는 구형입자들의 침강속도는 Richardson과 Zaki[8]에 의해 공극율의 함수로 표현되었으며 지수 n 값은 입자의 레이놀즈수에 따라 변화한다.

$$U_c/U_\infty = e^n = (1-c)^n \quad (4)$$

균일한 구형입자와 매끈한 관벽으로 된 슬러리수송계에서 최소수송속도는 다음과 같은 인사들의 함수로 표시된다.

$$V_c = f(d, D, C, (\rho_F - \rho)g, \rho, \mu) \quad (5)$$

그러나, 실제 슬러리 수송에 있어서 입자의 크기 및 형태를 측정하는 데 문제가 있으므로 입자의 크기를 침강속도의 함수로 대체할 수 있는 식을 제시하고자 한다.

슬러리의 최소수송속도는 단일입자를 뜨게 할 수 있는 유체의 최소수송속도에 입자의 농도와 관련된 함수와의 곱으로 다음과 같이 표시될 수 있다고 가정하였다.

$$V_c = f(c) V_0 \quad (6)$$

단일입자 일때의 농도를 0으로 한다면 이때의 V_c 는 V_0 와 같아야 한다. 따라서, $f(c)$ 는 다음과 같은 형태의 함수로 가정해 볼 수 있다.

$$f(c) = (1 + AC^B) \quad (7)$$

$$\therefore V_c = (1 + AC^B)V_0 \quad (8)$$

유체가 난류로 흐를때 난류의 와류(turbulent eddy)에 의해 입자가 뜬다고 볼 수 있다. 이때 입자를 떠 있도록 하기 위한 저항력은 와류의 존속기간동안 지속 될 것이다. 즉 이저항력은 와류의 평균 길이에 해당되는 거리까지 작용 할 것이다. 이때 입자를 떠 있도록 하기 위해 와류에 의해서 사라지는 입자당 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다[5].

$$(E_D)_t = F_D l_e = C_D \left(\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 \right) \frac{\pi d^2 l_e}{4} \quad (9)$$

유체의 흐름을 등방성 난류로 가정할 때 전체 난류에너지는 Taylor에 의해 다음과 같이 주어진다[5].

$$(E_T)_v = \frac{3}{2} \rho \bar{v}'^2 \quad (10)$$

등방성 난류이므로 $(E_T)_v$ 는 모든 방향($\pm x, \pm y,$

±z)에 비하여 똑같다고 볼 수 있으며 전체에너지 중에서 중력방향에 대항하는 +y방향의 에너지 비는 1/6이다. $(E_T)_{\bar{v}'} = \frac{1}{4} \rho \bar{v}'^2$ (11)

\bar{v}' 은 관내의 평균 유체흐름속도에 비례하므로 다음과 같이 쓸 수 있으며 k

$$k = \sqrt{\bar{v}'^2/V}, \quad \bar{v}'^2 = (kV)^2 \quad (12)$$

유체가 V_0 로 흐를때 \bar{v}'^2 은 다음과 같이 된다.

$$\bar{v}'^2 = (kV_0)^2 \quad (13)$$

(11)식은 (13)식에 의해 다음과 같이 된다.

$$(E_T)_{\bar{v}'} = \frac{1}{4} \rho (kV_0)^2$$

$(E_T)_{\bar{v}'}^2$ 은 단위부피당 에너지이므로 와류의 길이에 따른 단위부피를 $\frac{\pi d^2 l e}{4}$ 로 보았을 때 에너지 $(E_T)_{\bar{v}'}^2$ 은 다음과 같다.

$$(E_T)_{\bar{v}'}^2 = \frac{\pi d^2 l e}{4} \frac{1}{4} \rho (kV_0)^2 \quad (15)$$

입자가 떠 있기 위해서는 $(E_T)_{\bar{v}'}^2 = (E_D)_1$ 이 되어야 한다. 따라서, V_0 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_D \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \right) \frac{\pi d^2 l e}{4} = \frac{\pi}{4} d^2 l e \frac{1}{4} \rho (kV_0)^2$$

$$V_0 = \frac{\sqrt{2}}{k} \sqrt{C_D} U_\infty \quad (16)$$

V_0 값은 C_D 에 따라 변하며 C_D 값은 입자의 레이놀즈수에 따라 변하므로 각 영역에서 V_c 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

첫째, Stokes 영역 $d = \frac{24 \mu}{\rho U_\infty C_D}$ (17)

(17)식을 (3)식에 대입

$$C_D = \left\{ 32 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{1/2} U_\infty^{-1.5} \quad (18)$$

(18)식에 의해 (8)식은 다음과 같이 된다.

$$V_c = (1+AC^B) \frac{\sqrt{2}}{k} \left\{ 32 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.25} U_\infty^{0.25} \quad (19)$$

(4)식에 의해 (19)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_c = (1+AC^B) \frac{\sqrt{2}}{k} \left\{ 32 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.25} (1-C)^{-0.25} U_c^{0.25} \quad (20)$$

둘째, 중간영역

$$V_c = (1+AC^B) \left\{ 172.71 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.1875} U_\infty^{0.4375} \quad (19)$$

또는 $V_c = (1+AC^B) \left\{ 172.71 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.1875}$

$$(1-C)^{-0.1875} U_c^{0.4375} \quad (20)$$

실험장치 및 방법

본 연구에서 슬러리 최소수송속도를 측정하기 위해 사용한 장치는 Fig. 1과 같으며 수송관은 내경이 2.54cm이고 길이가 14m인 플라스틱관을 수평으로 설치하였다. 1마력짜리 원심펌프로 슬러리를 수송했으며 유량은 우회 수송관으로 조절하였다.

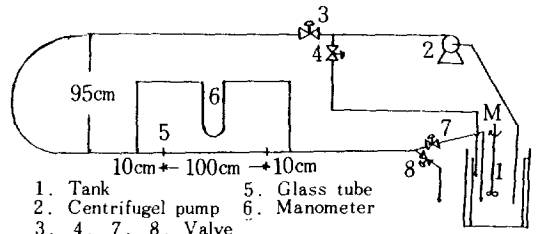


Fig. 1. Experimental apparatus.

최소수송속도를 눈으로 관찰하기 위해 내경이 2.54cm 길이가 1m인 유리관을 관입구에서 10m되는 지점에 설치하였고 입자의 침강속도를 측정하기 위해 2.54cm×85cm의 유리관을 사용하였다.

실험에서 사용한 시료는 밀도 2.634g/cm³인 규사를 253μm, 163μm, 137μm, 115μm, 90μm 등으로 분류하여 사용하였으며 수송매체로는 수돗물을 사용했다.

실험은 각 입자크기에 대해 약 1%에서 20%까지 했으며 최소수송속도의 결정은 입자들이 전부 쌓여있는 상태에서 시작하여 속도를 조금씩 높여서 모든 입자가 관 밑바닥에서 미끄러져 흘러가는 상태가 관찰된 뒤 이보다 조금 높은 속도에서 입자들이 떠다 가라앉았다 하는 상태에서 이 속도를 최소수송속도로 결정하였으며 ±5%이내에서 재현성이 있었다. 최소수송속도의 측정은 수송관 끝부분에서 일정시간 동안 시료를 채취하여 메스실린더로 유량을 측정하여 구하였으며 농도는 채취된 모래를 건조시켜 무게를 잰 후 밀도를 이용해서 고체 입자의 부피를 구하고 전체 슬러리부피중 모래의 부피로서 결정하였다. 한편 최소 수송속도 조건에서 압력차도 측정하였다.

입자의 침강속도는 시료와 물을 잘 혼합한 후 수직으로 세워서 모래와 물과의 계면이 가라앉는 속도로서 측정하였다. 단일입자의 종말속도는 외삽법을 사용하여 1-c = 1인 점에서 구하였다.

실험결과 및 고찰

균일한 입자에 대한 침강속도 실험결과가 Fig. 2와 같이 직선적인 관계를 얻었다. 253 μm 와 163 μm

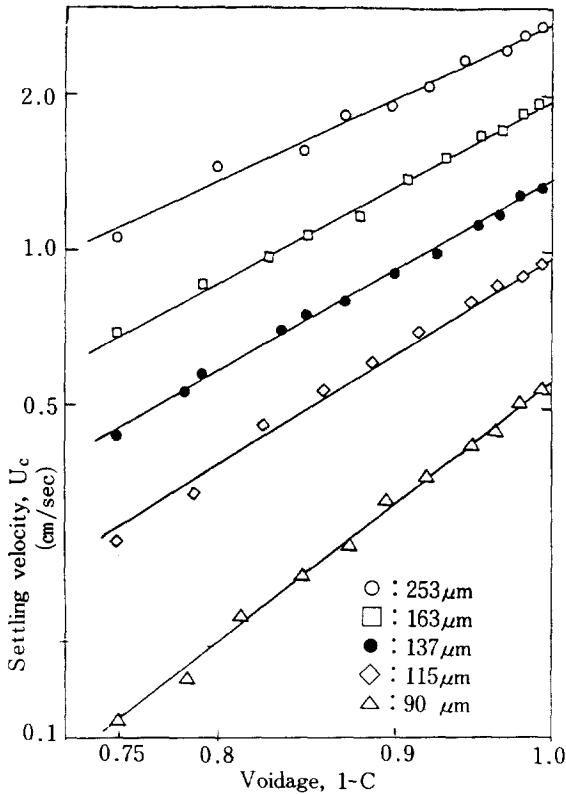


Fig. 2. Effect of concentration on the settling velocity

가 중간영역에 속하였으며 나머지 137 μm 이하는 S-tokes영역에 속하였다. 실험에서 구한 U_{∞} , n 및 $N_{Re,P}$ 값과 이론식에서 구한 이 값들을 Table 1에 수록하였다. 본 실험에서 구한 지수 n 값과 이론식으로 구한 n 값과는 입자의 크기가 감소함에 따라 n 값이 증가하는 경향은 일치하나 어느정도 오차가 있었다.

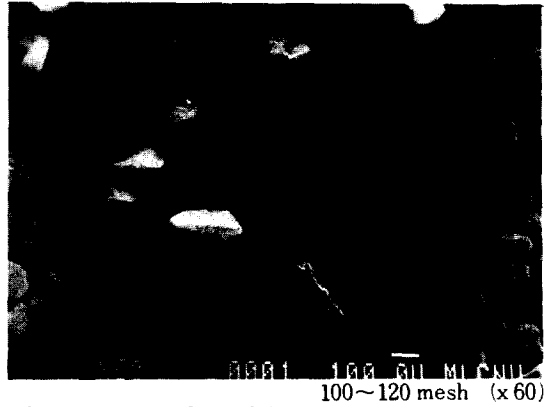


Fig. 3. Shape of particles

이러한 오차가 발생하는 이유는 이론식은 구형입자에 대한 식인데 실제 입자의 모양은 Fig. 3에서 보듯이 구형에서 벗어나는 형태를 하고 있기 때문인 것으로 생각된다. 따라서, (4)식을 사용하려면 이론식을 사용하는 것보다 침강속도 실험을 통하여 구하는 n 값이 더 정확성을 기할 수 있을 것으로 생각된다.

Fig. 4는 슬러리 농도 약 15%이상에서 최소수송 속도값이 일정해지는 것을 보여 준다. 이는 Parzo-

Table 1. Comparison of experimental terminal falling velocity with calculated results

d (μm)	Mesh	u_{∞} (cm/sec)		index n		$N_{Re,P}$
		이론식	실험치	이론식	실험치	
253	- 50	3.03	2.81	3.84	3.29	6.46
	+ 65					
163	- 80	1.84	1.97	4.11	3.59	2.92
	+ 100					
137	- 100	1.52	1.37	4.31	3.71	1.71
	+ 120					
115	- 120	1.06	0.99	4.52	4.28	1.02
	+ 150					
90	- 150	0.655	0.56	4.62	5.31	0.46
	+ 200					

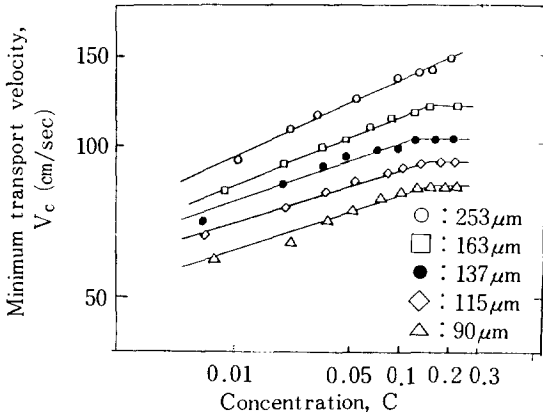


Fig. 4. Effect of sand concentration on the minimum transport velocity

ka와 Kenchington(6) 등이 발표한 결과와 잘 일치하며 이들은 이러한 현상이 슬러리 농도가 15% 이상이면 수송관 바닥의 농도가 어떤 극한치에도 달하기 때문에 최소수송속도는 더이상 증가하지 않는 것 같다고 하였다. 그러나, 253 μ m에서는 이러한 경향이 15% 근처에서 나타나지 않았으나 입자가 커지면 좀 더 높은 농도에서 최소수송속도값이 일정해 질 것으로 예상된다.

Fig. 5에 Zandi와 Govatos(3), Durand(2) 등이 제시한 압력차 관계식에 본 연구의 V_c 관계식에서 농도에 따른 V_c 값을 대입하여 구한 압력차 값과 실험결과를 비교 표시하였다. 실험결과를 볼 때 농도 15%까지는 기울기가 단순증가하다가 15% 이상에서 갑자기 증가하는 경향을 알 수 있으며 이런 현상은 농도 15%까지는 속도에 의한 압력손실이 입자와 유체사이의 마찰에 의한 압력손실보다 상당히 크기 때문에 Fig. 5와 같은 경향을 나타내지만 15% 이상에서는 속도는 일정해져도 농도 증가에 따른 부가되는 마찰압력손실은 계속 증가하기 때문인 것으로 생각된다. 그러나, 기존관계식들은 15% 이상에서도 계속 단순증가하고 있다. 따라서, 기존식들은 15% 이하에서만 사용할 수 있으며 15% 이하에서는 기존 관계식들을 사용하여도 $\pm 10\%$ 오차내에서 비교적 정확한 값을 구할 수 있을 것으로 생각된다. 다음은 Zandi와 Govatos, Durand 등이 제시한 식들이다.

$$\phi = \frac{V^2}{gD(s-1)} \sqrt{C_D} \quad (21)$$

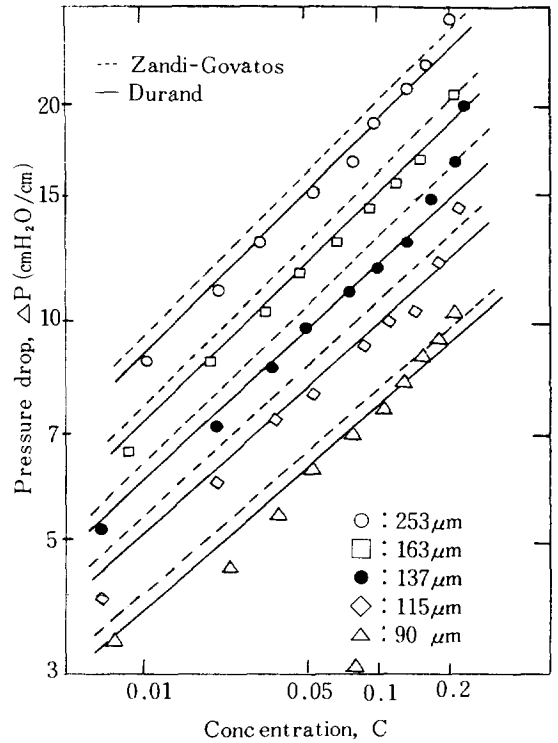


Fig. 5. Comparison of experimental pressure drop data with Durand and Zandi-Govatos correlations.

Durand의 식
$$\frac{\Delta P - \Delta P_w}{\Delta P_w C} = 84.9 \phi^{-1.5} \quad (22)$$

Zandi와 Govatos 식
$$\frac{\Delta P - \Delta P_w}{\Delta P_w C} = 280 \phi^{-1.93} \quad (\text{단, } \phi < 10) \quad (23)$$

난류세기의 값 k는 수평원관내에서 Bird와 Stewart(9)는 약 1~10% 정도로 추정했고 McCabe(10)는 약 5~10% 정도라 했으며 Coulson(11) 등은 기체계에서 약 14~20% 정도로 추정하였으나 본 실험에서는 20% 정도에서 실험결과와 잘 일치하였다.

V_0 값을 물성치를 대입하여 쉽게 구할 수 있으며 $f(c)$ 값을 구하기 위해 (8)식을 다음과 같이 변형하여 A와 B 값을 결정하였다.

$$\log \left(\frac{V_c}{V_0} - 1 \right) = \log A + B \log C \quad (8')$$

Fig. 6에 이 결과를 나타냈으며 최소자승법을 사용하여 A와 B 값을 결정했다.

$$A = 2.745, \quad B = 0.218$$

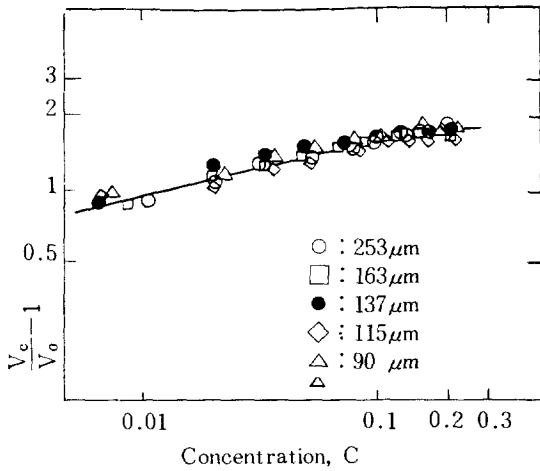


Fig. 6. Minimum transport velocity correlation for uniform particle system.

$$f(c) = 1 + 2.745C^{0.218} \quad (7)$$

이 값들에 의해 각 영역에서 구한 V_c 값은 다음과 같다.

1) Stokes 영역

$$V_c = (1 + 2.745 C^{0.218}) \cdot 7.07 \left\{ 32 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.25} U_{\infty}^{0.25} \quad (24)$$

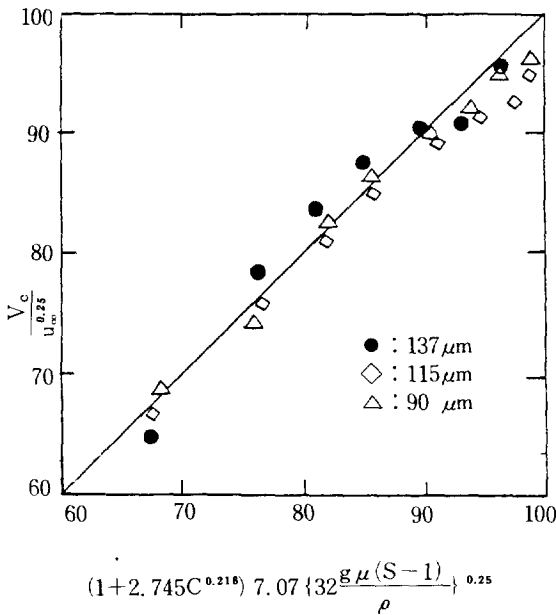


Fig. 7. Comparison of minimum transport velocity correlation with experimental data in Stokes' Range

2) 중간영역

$$V_c = (1 + 2.745C^{0.218}) \cdot 7.07 \left\{ 172.71 \frac{g\mu (s-1)}{\rho} \right\}^{0.1875} U_{\infty}^{0.4375} \quad (25)$$

위의 식들은 농도 15%까지 이용할 수 있으며 15% 이상에서는 $f(c)$ 가 농도에 관계없이 $253\mu m$ 를 제외하고 $f(c) = 2.82$ 로 사용된다. (24)식과 (25)식으로 구한 V_c 값과 실험결과를 Fig. 7, 8에 나타내었으며 평균오차 $\pm 5\%$ 이내에서 잘 맞았다.

Newton 영역에 대한 실험은 실제 고체-액체계에서는 거의 일어나기 힘든 현상이므로 이 범위를 실험에 포함할 수가 없었다.

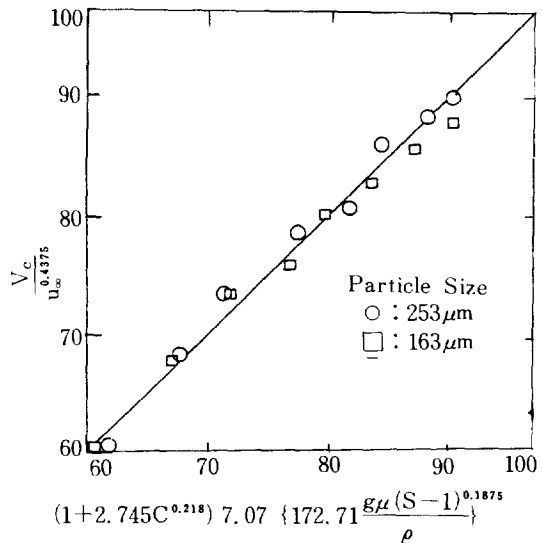


Fig. 8. Comparison of minimum transport velocity correlation with experimental data in intermediate range.

결론

1) $90 \sim 163\mu m$ 균일한 입자를 가진 슬러리가 직경 2.54cm인 수평원관으로 수송될때 최소 수송속도는 농도 약 15% 이상에서 일정해 짐을 알 수 있었으며 입자의 침강속도의 함수로 최소수송속도를 표시할 수 있었다.

2) 압력손실은 이미 발표된 Zandi와 Govatos, Durand 등이 제시한 압력차 관계식과 본 실험결과 각 농도 15% 이내에서는 $\pm 10\%$ 오차 이내에서 잘 맞는 것을 확인 할 수 있었다.

사 용 기 호

Greeks Letters

A	Regression constant, Equation(7)
A_p	Projected area of particle
B	Regression constant, Equation(7)
C	Concentration of slurry, volume fraction
C_D	Drag coefficient for sphere settling at terminal velocity in quiescent fluid.
D	Diameter of pipe, m
d	Diameter of particle, m
e	Voidage of suspension, Equation(4)
$(E_D)_1$	Energy dissipated by eddies to maintain one particle suspended, Equation(9), J
$(E_T)_v$	Turbulent energy per unit volume of fluid, Equation(10), J/m^3
F_D	Drag force on a particle, N
g	Acceleration due to gravity, m/s^2
g_c	Newton's proportionality factor
k	Turbulence intensity, $\sqrt{V'^2}/V$, Equation(12)
l_e	Mean eddy size, m
n	Flow index, Equation(4)
N_{Re-p}	Particle Reynolds number, $dU_\infty \rho / \mu$
ΔP	Pressure drop N/m^2
ΔP_w	Pressure drop by water, N/m^2
S	Ratio of solid to liquid densities, ρ_p / ρ
U	Velocity of particle, m/sec
U_c	Sedimentation velocity of particle in suspension, m/s
U_∞	Terminal falling velocity of single particle, m/s
V_0	Fluid velocity to maintain one particle suspended, m/s Equation(6)
V_c	Minimum transport velocity or critical velocity of slurry m/s
\bar{V}_i	Root mean of time averaged square of velocity fluctuation in direction i, m/s

ρ	Liquid density, Kg/m^3
ρ_p	Particle density, Kg/m^3
μ	Carrier liquid viscosity, $Kg/m-s$
ψ	Defined by Equation(21)

REFERENCES

1. Blatch, N. S. : Trans. ASCE., 57, 400 (1906).
2. Durand, R. : Proceedings of Colloquium on the Hydraulic Transport of Coal (Nov. 5-6, 1952) ; National Coal Board, London, England 39 (1953).
3. Zandi, I. and Govatos, G. : J-Hydr. Div. ASCE. 93(3), 145 (1967).
4. Newitt, D. M. : Trans. Inst. Chem. Engrs., 33, 93 (1955).
5. Oroskar, A. R. and Turian, R. M. : AICHE J., 26, 550 (1980).
6. Parzonka, W. Kenchington, J. M. and Charles, M. E. : Can. J. Chem. Eng., 59, 291 (1981).
7. McCabe, W. L. : "Unit Operations of Chem. Eng.", McGraw-Hill, 3rd ed., 152. (1976).
8. Coulson, J. M. and Richardson, J. F. : "Chem. Eng. Vol. 2." 3rd ed., 179 (1978).
9. Bird, R. B. and Stewart, W. E. : "Transport Phenomena", Wiley, 157 (1960).
10. McCabe, W. L. : "Unit Operations of Chem. Eng.", McGraw-Hill, 3rd ed., 57 (1976).
11. Coulson, J. M. and Richardson, J. F. : "Chem. Eng. Vol. 2.", 3rd ed., 281 (1978).